

複数パルスにより駆動された伝達系モデルと 円ドル為替レート時系列分析への応用

金 井 浩* 城 戸 健 一**
鈴 木 篤** 金 井 淳***

Transfer Model Excited by Multi-pulse Series and its Application to Analysis
of Transition of Yen/Dollar Exchange Rate

Hiroshi Kanai, Ken'iti Kido, Atsushi Suzuki,
and Atsushi Kanai

経済指標の時系列信号は、公定歩合の引下げ、戦争の勃発など経済的衝撃による影響を大きく受ける。従って、経済的インパクトに対応するマルチパルス系列が、経済市場という伝達系を駆動し、その応答を観測しているというモデルが構築できる。この時系列モデルに基づく分析を行なう場合、一つの時間窓内に複数の衝撃パルスが存在する場合がある。しかし、従来の Box-Jenkins モデル等の時系列分析法では、伝達系を駆動する信号は定常白色雑音か単一インパルスに限られるため、マルチパルスによって駆動された伝達系の応答から、各パルスの振幅及び伝達系の特性を決定することができない。本論文では、マルチパルスで駆動された伝達系の応答に、更に雑音が付加された観測信号から、全極型伝達系の特性と駆動パルス系列の振幅を決定する方法を提案する。最後に東京市場の円/ドル為替レートに対して、本分析法を適用した結果を述べる。

1. ま え が き

為替レートの実証的モデル分析は、第1に構造または誘導形モデルによる接近、即ち為替レートの変動を理論的に説明するための経済的要因を定式化したモデルに基づき、推定と仮説の検定を行なうアプローチがある。この方向においては多様な経済的仮説～購買力平價説 [1] [2], 金利格差 [3] [4] [5], リスク・プレミアム [2] [6], 実物的ショック [2] [7] [8], ニュース・モデル [9] 等～の考察並びに関連する統計的仮説～ボラティリティと理論モデルの整合性 [10] [11], パラメータのシフト [8], 分散不均一性 [6] 等～の検討が行なわれて来た。

このような状況の一方で、為替レート決定の経済理論に依存しない第2のアプローチ、即ちデータの性質に基づく経験的モデル分析が種々の側面から試みられている。このアプローチには、原数値 $z(n)$ 又は対数値 $\ln z(n)$ での為替レートの時系列モデル分析及び確率分布の研究がある。時系列分析の方面では、先ず単位根の検定法 [12] [13] [14] [15] に基づくランダム・ウォーク (RW) 仮説の検証 [16] [17] や非線形 (条件付) 分散変動時系列モデルにおける RW 仮説の

論文受付: 1989年5月。改訂受付: 1989年9月, 1990年3月。

* 東北大学情報処理教育センター 〒980 仙台市青葉区川内
(現在 東北大学工学部電気工学科 〒980 仙台市青葉区荒巻字青葉)

** 東北大学応用情報学研究センター 〒980 仙台市青葉区片平 2-1-1

*** 野村投資顧問(株)海外第一運用部 〒103 東京都中央区日本橋 1-12-11

検証 [18] [19] が行なわれている。そして RW 仮説はこれら最近の時系列分析及び次に触れるレート変動率に関する分布特性の研究によって否定される傾向にある。

為替レート変化率 $w(n) = \ln z(n) - \ln z(n-1)$ の確率分布に関する研究では、①過程が非独立あるいは、 $\{w(n)\}$ または $\{|w(n)|\}$ に自己相関がある、②分布は裾が厚く、尖鋭的 (leptokurtic) である、③分布のパラメータ、特に条件付分散が時間的に変動する等の性質が挙げられている [19] [20] [21] [22]。①③は RW 仮説に疑問を投げ掛ける。また②の尖鋭性に適合する分布の候補が種々研究されている。

③の分布またはモデルの時間的変化の事実は、例えば為替レート変化率に固定的な自己回帰モデルをあてはめる方法が厳密には適切とは言えないことを意味している。これは分布あてはめに関しても同じであり、これに対処するために全標本を幾つかの区間に分割する方法や移動統計量を用いる方法が考慮されている [21] [22]。為替レート・モデルにおいて、パラメータのジフトの中でもとりわけ重要なのは (条件付) 分散の時間的依存の扱いであろう。これに対する代表的アプローチとして Domowitz-Hakkio [6] は、基本的に変化率 $\{z(n+1) - z(n)\}/z(n)$ に関する回帰の予測誤差について ARCH 過程 [23] を定式化している。Taylor [18]、刈屋・松江 [19] は変化率の条件付分散について、実証的見地から指数平滑モデルを採用している。

本論文は分散変動への新しい接近として円/ドル・レート (週平均) の 1 次差分を対象に、経済的その他のニュースに起因する外的衝撃としてのパルス入力自己回帰型の伝達系を駆動し、さらに観測雑音が付加したモデルを考察する。そしてマルチパルスの入力時刻は既知と仮定して、パルスの振幅・伝達系のパラメータ及び観測雑音の推定を行なう。Ito-Roley [9] は円/ドル・レートの変動に対するニュースの影響を分析したが、そこでは誘導型モデルの立場からニュースを、貨幣・鉱工業生産及び卸売物価の変化率に関する発表の予期しない部分としている。我々は時系列分析の接近から一定以上のレート変動が観測された時点の近くにパルス入力があったものとし、後に参考としてこれらと現実のニュース内容との照合を行なう。

実際に時系列分析を行なう場合、分析窓内に経済的衝撃パルスが唯一個ではなく、複数個存在する、即ち、伝達系への入力信号がマルチパルス系列である場合が多い。しかし、Box-Jenkins モデルなど従来の時系列分析法 [24] [25] [26] [27] では、伝達系へ入力する系列は、単一のインパルスか定常白色雑音に限られており、従って応答信号から伝達系の特性と個々のパルスの振幅を推定することはできない。また、伝達系の出力端に観測雑音が付加する場合は、更に難しくなる。

例えば、図 1 に示すように、複数のパルスからなる系列 $x(n)$ によって、全極型伝達系 $1/A(z^{-1})$ が駆動される場合、 $x(n)$ がスペクトル上に零点をもつため、その応答 $h(n)$ もやはりスペクトル零をもつ。従って、観測信号 $h(n)$ は、数学的には自己回帰移動平均 (ARMA) モデルで表される。しかし、駆動パルス列によって発生するスペクトル上の零点の個数は、パルスの入力間隔によって決まる為、非常に次数が高くなることもあり得る。しかし、一般に高い次数の MA パラメータの推定は、安定性に欠けるため、マルチパルス駆動の伝達系の応答に、通常の ARMA モデル分析を適用することは、非常に難しくなる。

そこで我々は、図 1 の様に伝達系が全極モデルで表され、且つ観測雑音がない場合、マルチパルス駆動信号 $x(n)$ のスペクトルの周期構造に着目して、応答信号から、駆動パルス各々の入力時刻・振幅及び全極モデルの特性を推定する方法を提案した [28]。しかし、この手法は観測端に雑音が付加する場合には、そのまま適応できない。この場合の難しさは、図 1 の伝達系の出力信号のスペクトルに白色雑音に加わった場合、駆動信号のマルチパルス性に起因するスペクトル上の零点の殆どが雑音に埋もれてしまい、元々の駆動パルスの位置の情報が失われてしまうことによって説明できる。

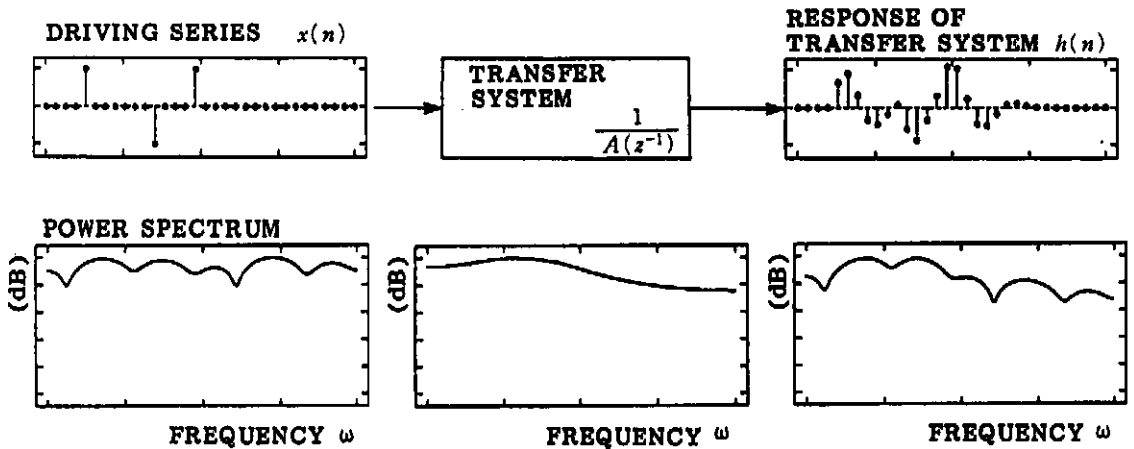


図 1. 駆動信号のマルチパルス性による影響の説明図
(パワースペクトルの縦軸 1 目盛は 20 dB)

そこで本論文では、マルチパルスで駆動された伝達系の応答に、更に雑音が重畳して得られた観測信号から、全極型伝達系の特性と入力マルチパルス系列の振幅を推定するための方法を提案する。但し、パルス入力時点は予め決定できるものと仮定する。本手法によって観測信号を、雑音・伝達系の特性・マルチパルス駆動信号の3成分に分解し、それら各々を推定できる。従って各経済的衝撃が市場に与えた大きさに関する定量的な評価も可能となる。また、次に発生する経済的衝撃のある程度の振幅・発生時期を、過去の挙動など別の何らかの情報によって見積ることができれば、伝達系の特性が不変という仮定の下で、その衝撃に対する市場の応答の予測が可能となる。

本論文では、提案する方法が有効であることを示すために、まず、伝達系の真の特性及び真のマルチパルス入力信号が既知のモデルを用いて、計算機によるシミュレーション実験を行なう。その上で最後に東京市場の円/ドルの為替レートに対して、本分析法を適用した結果を述べる。

2. 原 理

2.1 各信号成分の記述

伝達系を M 次全極型 $1/A(z^{-1})$ とおき、線形予測係数 $\{a_i\}$ を用いて次式で表わす。

$$(1) \quad \frac{1}{A(z^{-1})} = \frac{1}{\sum_{i=0}^M a_i z^{-i}} \quad (a_0=1)$$

また、図 1 に示すようなマルチパルス系列からなる離散的信号 $x(n)$ 入力に対する全極型伝達系の応答 $h(n)$ と、 $h(n)$ に雑音 $n(n)$ が付加した N 点の観測信号 $y(n)$ を次式で表わす。

$$(2a) \quad y(n) = h(n) + n(n)$$

$$(2b) \quad h(n) = - \sum_{i=1}^M a_i \cdot h(n-i) + x(n)$$

ここで、 $n(n)$ をガウス白色雑音と仮定する。(2b) 式から逆に入力信号 $x(n)$ は、 $h(n)$ によって次式で表される。

$$(3) \quad x(n) = \sum_{i=0}^M a_i \cdot h(n-i)$$

いま、入力信号 $x(n)$ が L 個のインパルスで表されているものとする。

$$(4) \quad x(n) = \sum_{j=1}^L d_j \cdot \delta(n - \tau_j)$$

$$\text{但し, } \delta(n) = \begin{cases} 1 & (n=0) \\ 0 & (n \neq 0) \end{cases}$$

d_j, τ_j は, j 番目のパルス各々の振幅と入力時点を示す.

次にこれらの信号等をベクトルと行列で表わす. (2)式の長さ N 点の観測信号 $y(n)$, そのモデル信号 $h(n)$, 雑音 $n(n)$, 伝達系の入力信号 $x(n)$ を, 各々 N 次元ベクトル y, h, n, x で表わす.

$$y = [y(0), y(1), \dots, y(N-1)]^T$$

$$h = [h(0), h(1), \dots, h(N-1)]^T$$

$$n = [n(0), n(1), \dots, n(N-1)]^T$$

$$x = [x(0), x(1), \dots, x(N-1)]^T$$

ここで, T はベクトル又は行列の転置を表す. また, L 個の駆動パルスの振幅 $\{d_j\}$ からなる L 次元ベクトルを d で表わす.

$$d = [d_1, d_2, \dots, d_L]^T$$

また, A として, $N \times N$ 下三角 Toeplitz 行列を考える.

$$A = \begin{bmatrix} a_0 & 0 & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & 0 \\ a_1 & a_0 & \cdot & & & & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & & & & \cdot \\ a_M & a_{M-1} & \cdot & \cdot & & & \cdot \\ 0 & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & 0 & \cdot \\ 0 & \cdot & 0 & a_M & a_{M-1} & \cdot & a_1 & a_0 \end{bmatrix}$$

この A は, 対角要素が全て $a_0=1$ であり, 行列式が常に 1 の正則な行列となる. また, 伝達系 $1/A(z^{-1})$ の特性を表わす行列を

$$H = A^{-1}$$

と定義する. 全極モデル $1/A(z)$ の長さ N のインパルス応答を h_0, h_1, \dots, h_{N-1} で示すとき, H は次の $N \times N$ 下三角 Toeplitz 応答行列で表わされる.

$$H = \begin{bmatrix} h_0 & 0 & \cdot & \cdot & \cdot & 0 \\ h_1 & h_0 & & & & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & 0 \\ h_{N-1} & \cdot & \cdot & \cdot & h_1 & h_0 \end{bmatrix}$$

H を用いると, (2a)式は次の様に表わされる.

$$(2a') \quad \begin{aligned} y &= h + n \\ &= Hx + n \end{aligned}$$

また, j 番目のパルス位置を τ_j で表わすと, 次のように (τ_j, j) 要素が 1 で, 他の要素が 0 である $N \times L$ 行列 E を定義する.

$$E = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \cdot & \cdot \\ 1 & \cdot & \cdot & \cdot \\ 0 & 0 & \cdot & \cdot \\ \cdot & 1 & \cdot & 0 \\ \cdot & 0 & \cdot & 1 \\ \cdot & \cdot & \cdot & 0 \\ 0 & 0 & \cdot & 0 \end{bmatrix} \begin{matrix} \\ \leftarrow \tau_1 \\ \\ \leftarrow \tau_2 \\ \leftarrow \tau_L \\ \\ \end{matrix}$$

(4)式のマルチパルス駆動系列 x は、

$$(4') \quad x = Ed$$

で表され、(2b)式的全極型伝達系のマルチパルス駆動系列による応答 h は、次の様になる。

$$(2b') \quad \begin{aligned} h &= Hx \\ &= HEd \\ &= A^{-1}Ed \\ &= Gd \end{aligned}$$

ここで、行列 $G = A^{-1}E$ は、階数 L の $N \times L$ 行列である。また、(3)式の雑音のない状態での逆フィルタリングは、次式で表される。

$$(3') \quad \begin{aligned} x &= Ah \\ &= H^{-1}h \end{aligned}$$

実際の為替レートのような時系列は、経済変数に関する主要なニュースに反応して変動すると考えられるから、過去のパルス入力時点は予めある程度の範囲に設定できる。本論文では、パルス入力時点は $\{\tau_j\}$ 既知とし、伝達系のパラメータ $\{a_i\}$ と各パルスの振幅 $\{d_j\}$ を推定する。

2.2 観測雑音のある場合の最尤推定

実際の時系列信号では、雑音成分 $n(n)$ を無視できない。しかし、観測雑音がある場合には、(3)式の逆フィルタリングによって、雑音成分が大きく拡大される為、この逆フィルタリングは直接利用できない [29]。

さらに、雑音がないかあるいは無視できる場合でも、入力 $x(n)$ がマルチパルス系列のときには、逆フィルタリングで得られた系列 $x(n)$ のスペクトル上にスペクトル零がある。そこで、本論文ではまず、これらの状況で伝達系のパラメータ $\{a_i\}$ を最尤推定するための手法を述べる。

まず、観測信号 y を、マルチパルス入力信号 x に対する全極型伝達系の応答モデル h で表わすことによる整合残差パワー α を、次式で定義する。

$$(5) \quad \begin{aligned} \alpha &= |y - h|^2 \\ &= |n|^2 \end{aligned}$$

この α を最小化するマルチパルス系列の振幅 $\{d_j\}$ 及び伝達系のパラメータ $\{a_i\}$ を決定する。この様な非線形最小 2 乗問題に対して、通常は、評価関数からモデル関数と線形に関係付けられているパラメータを除き、残ったパラメータに関する最適化が行なわれる。(2b')式の G を用いて、(5)式を表わすと、

$$(6) \quad \begin{aligned} \alpha &= (y - h)^T (y - h) \\ &= (y - Gd)^T (y - Gd) \end{aligned}$$

まず、この α を d に関して最小化する。 α の d に関する偏微分を、零とおいて得られる正規方

程式から、各パルスの振幅の推定値 \hat{d} は、次式で与えられる。

$$(7) \quad \hat{d} = (G^T G)^{-1} G^T y$$

この G には伝達系の特性に関する未知パラメータ $\{a_i\}$ が含まれているから、(7) 式を (6) 式に代入し整理すれば、(6) 式の残差パワー α は、次式で表される。

$$(8) \quad \begin{aligned} \alpha &= |(I - G(G^T G)^{-1} G^T) y|^2 \\ &= y^T (I - G(G^T G)^{-1} G^T) y \end{aligned}$$

(8) 式の α を $\{a_i\}$ に関して最小化すれば、付加雑音がガウス白色雑音のときには、 $\{a_i\}$ に関する最尤推定を得ることができる。しかし、(8) 式の α は、未知パラメータである $\{a_i\}$ に関して非線形性が高く、初期値の採り方によっては、最小値に到達できない。そこで、最初粗く探索を行う必要があるが、その評価式を次節で述べる準備として、まず (8) 式と等価な式への展開を次に示す。

行列の分解定理 [30] によれば、一般に行列 A_i を階数 r_i の $m \times p_i$ 行列とし ($i=1, 2, \dots, k$)、 $\sum r_i = m$ ならば、

$$(1) \quad A_i^H A_j = 0$$

$$(2) \quad I = A_1(A_1^H A_1) + A_1^H + \dots + A_k(A_k^H A_k) + A_k^H$$

(ただし、 X^+ は X の一般化逆行列、 X^H は X のエルミート転置)

の2つの命題は同等であると言える。この定理を用いて (8) 式を展開するために、次の処理を考える。

マルチパルス駆動系列 $x(n)$ に N 点離散的逆フーリエ変換 [31] [32] を施して得られるスペクトルを $X(k)$ で表す。

$$(9a) \quad X(k) = \sum_{n=0}^{N-1} x(n) \cdot \exp(j2\pi nk/N)$$

(4) 式を代入すれば、次式を得る。

$$(9b) \quad X(k) = \sum_{j=1}^L d_j \cdot \exp(j2\pi\tau_j k/N)$$

即ち、時間軸上のマルチパルス時系列 $x(n)$ を、時間軸を周波数軸と読み換え、パルス位置のみ線スペクトルがある周波数スペクトル (線状スペクトル) とみなし、その逆フーリエ変換を行なって得られる (9b) 式の $X(k)$ は、パルス個数分の複素正弦波の和からなる系列を表わす。各々の複素正弦波は、パルス位置 τ_j に相当する周波数と、パルス振幅 d_j に等しい振幅をもつ。また、 τ_j を整数と仮定すると、各正弦波は信号長 N の整数分の1の周期を持ち、 $k=N-1$ から $k=0$ の間における連続性も保存される。従って、通常の自己回帰モデルと同様に、ある複素線形予測係数 $\{b_j\}$ からなる円状 (環状) 畳込み [31] により $X(k)$ は次の様に表わすことができる [25] [28] [29]。

$$(10a) \quad X(k) = - \sum_{j=1}^M b_j \cdot X(k-j \bmod N)$$

または

$$(10b) \quad \sum_{j=0}^L b_j \cdot X(k-j \bmod N) = 0$$

ここで、 $(i \bmod N)$ は、 i を N で割った剰余を表わす ($0 \leq (i \bmod N) < N$)。

$X(k)$ が上記の様な複素正弦波であるから、 $\{b_j\}$ からなる次の多項式

$$(11) \quad B(z^{-1}) = \sum_{j=0}^L b_j \cdot z^{-j} \quad (b_0=1)$$

$$= \prod_{j=1}^L (1 - \beta_j \cdot z^{-1})$$

を考えると、その根を β_j として、駆動パルス位置に対応して、 z 平面で単位円上の $\angle \beta_j = 2\pi\tau_j/N$ なる位置に極 $\exp(j2\pi\tau_j/N)$ を与えればよい。

従って、 $X(k)$ に対して、 $\{b_j\}$ を用いて環状逆フィルタリングを行なえば、理想的には (10b) 式の左辺のように零のみの時系列 (これを $e(n)$ で表わす) が得られる。

これらのフーリエ変換と巡回畳み込みを各々次の行列 F と B で表わす。 F は、離散的フーリエ変換を行なう $N \times N$ 複素行列である。

$$F = [W_{pq}] \quad W_{pq} = \exp(-j2\pi pq/N) \quad (p, q=0, 1, \dots, N-1)$$

F のエルミート転置行列 F^H は、離散的フーリエ逆変換を表わす。 B は、複素線形予測係数 $\{b_j\}$ からなる $N \times N$ 巡回型複素行列である。

$$B = \begin{bmatrix} b_L & b_{L-1} & \dots & b_1 & b_0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & 0 \\ 0 & \dots & 0 & b_L & b_{L-1} & \dots & \dots & b_0 \\ b_0 & 0 & \dots & 0 & b_L & b_{L-1} & \dots & \dots \\ \cdot & \cdot & \cdot & \dots & \dots & b_L & \dots & b_{L-1} \\ b_{L-1} & \dots & b_0 & 0 & \dots & 0 & \dots & b_L \end{bmatrix}$$

従って、(3) (9a) (10b) 式の処理を併せて、行列 F, B, A からなる $N \times N$ 複素行列 S

$$(12) \quad S = BF^H A$$

を用いて表わす。行列 B の巡回行列の性質と係数 $\{b_j\}$ 間の制約から、行列 B の階数は $N-L$ に等しいから、行列 S の階数は、やはり $N-L$ となる。さらに、

$$(13) \quad SG = 0$$

が成立するから、行列 S^H と G は、行列の分解定理の命題(1)を満足する。従って、命題(2)より次式が成立する。

$$I = G(G^T G)^{-1} G^T + S^H (SS^H)^{-1} S$$

この式を (8) 式に代入すれば、最小化すべき α は次式で表される。

$$(14) \quad \alpha = \mathbf{y}^T S^H (SS^H)^{-1} S \mathbf{y}$$

$$= |S^H (SS^H)^{-1} S \mathbf{y}|^2$$

$$= |S + S \mathbf{y}|^2$$

この式の意味は、次のように考えられる。

$\{a_i\}$ が真値であれば、 $S\mathbf{h} = 0$ が成立するから、次式が得られる。

$$(15) \quad \mathbf{e} = S \mathbf{y}$$

$$= S(\mathbf{h} + \mathbf{n})$$

$$= S \mathbf{n}$$

ここで、 e は (10b) 式の左辺の系列 $e(n)$ からなる N 次元複素ベクトルである。行列 S の一般化逆行列 S^+ を用いれば、

$$n = S^+e$$

であるから、(5) 式で定義した伝達系出力端での整合残差パワー α は、次式の様に変形でき、確かに (14) 式と一致する。

$$(16) \quad \begin{aligned} \alpha &= |y - h|^2 \\ &= |n|^2 \\ &= |S^+Sy|^2 \\ &= y^T S^+ S y \end{aligned}$$

実際の処理では、 S の特異値分解 [33] [34] を行って、一般化逆行列を求める。

以上から、(8) 式またはそれと等価な (14) (16) 式を $\{a_i\}$ に関して最小化することにより、各パルスの振幅 $\{d_j\}$ を扱うことなしに、観測信号 $y(n)$ とモデル系列 $h(n)$ との整合を行なって、全極型伝達系のパラメータ $\{a_i\}$ 、雑音系列 n を求めることができる。さらに、 $A(y - n)$ を計算することによって、駆動信号 x が推定され、その τ_j 位置の振幅からパルスの振幅 d_j を決定できる。(8) 式または (14) 式の残差パワーの非線形最適化に関しては、Marquardt 法 [35] 等が利用できる。

2.3 非線形性の小さい近似的推定法による初期値設定法

(8) 式と (14) 式は計算量の差はあるが、等価である。しかし、これらの最適化には、 $(G^T G)$ または (SS^T) の逆特性が含まれている為に、未知パラメータに対する非線形性が大きく、初期値によっては最小値に到達できない可能性がある。そこで、まず非線形性の小さい近似的な最適化を行なって、その結果を初期値と設定し、(8) 式または (14) 式的最適化を行なう。本節では、(8) 式を展開して得られた (14) 式をもとに、近似的最適化による初期値設定の方法を述べる。

(14) 式の α の計算において、非線形性の低い近似的手法として、 $(SS^T)^+$ を $N \times N$ 単位行列 I_N で置き換える。そのときの (14) 式の整合残差パワーを α' で表わすと、次のようになる。

$$(17) \quad \begin{aligned} \alpha' &= y^T S^T S y \\ &= |S y|^2 \\ &= |B F^T A y|^2 \\ &= |e|^2 \end{aligned}$$

これは、(12) 式の右辺の処理によって得られた系列 $e(n)$ のパワーの最小化を表している。しかし、ここでもし、 y に付加雑音が存在する場合、 $\{a_i\}$ が真値であっても、(15) 式から

$$(18) \quad \alpha' = |B F^T A n|^2$$

の最小化と等価となる。

(a) 逆フィルタリング Ay の問題点

ここで (17) 式の右辺中の逆フィルタリング処理 Ay の意味について考える。雑音下で、 $\{a_i\}$ を用いて、(4) 式のパルス列 x を推定する場合、雑音系列 n のパワー $|y - h|^2$ の最小化によって得られる、 x の最小二乗解 \hat{x} は、やはり次式で与えられる。

$$(19a) \quad \begin{aligned} \hat{x} &= (H^T H)^{-1} H^T y \\ &= Ay \end{aligned}$$

しかし、(2') 式を (19a) 式に代入すれば、次式が成立する。

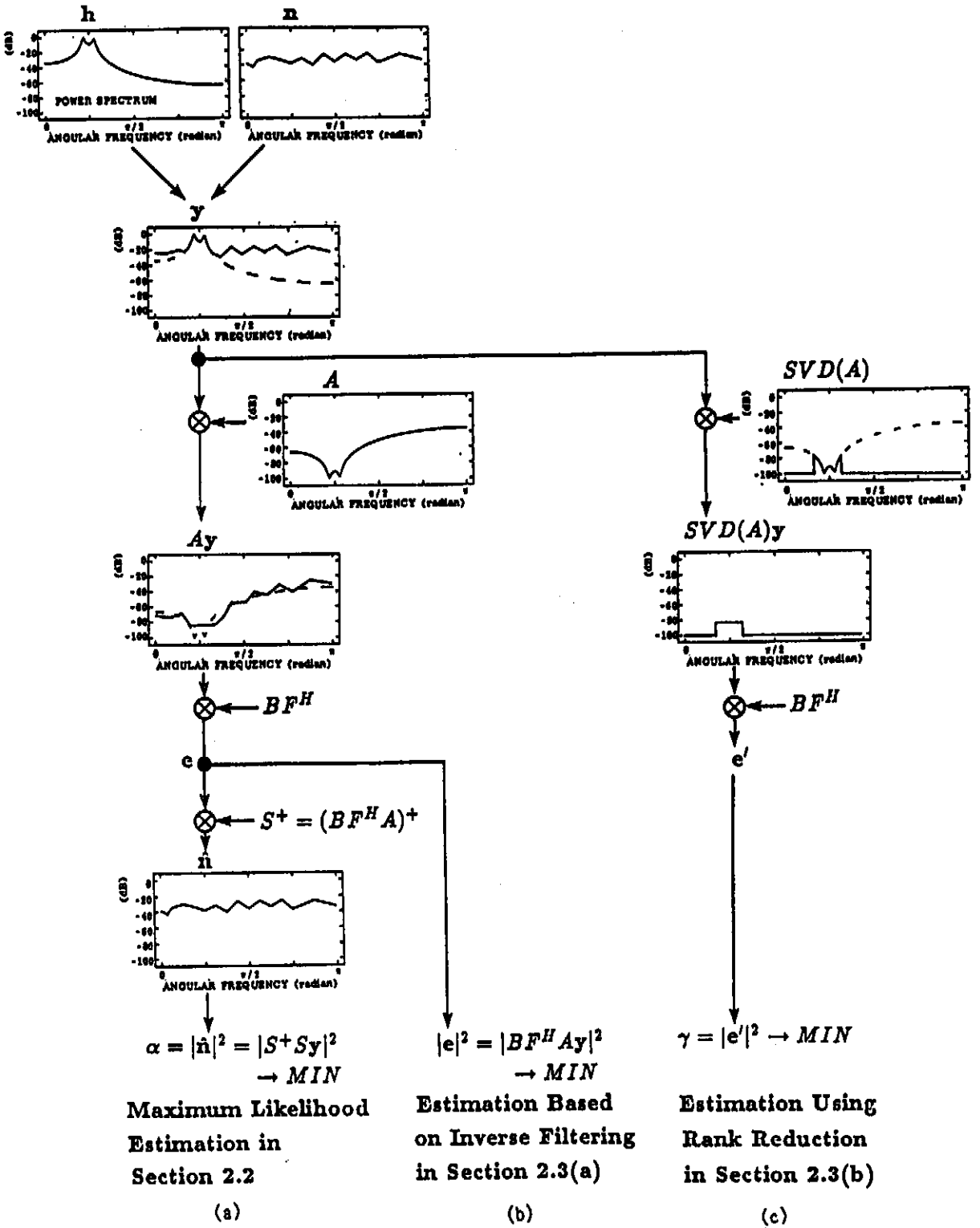


図 2. 本文中での各推定法の原理図

(実際には駆動パルスのスペクトルが零点を持つが、複雑となるため、この図では省略している.)

- (a) 第 2.2 節(8)式(14)式によって、最尤推定が行える
- (b) 第 2.3 (a) 節(17)式による推定では、付加雑音の影響を大きく受ける
- (c) 第 2.3 (b) 節(22)式による推定では、付加雑音を抑制できる

$$(19b) \quad \begin{aligned} \hat{x} &= Ay \\ &= x + An \end{aligned}$$

即ち、 Ay により推定したパルスは、真のパルス系列 x に、全零モデルで表わされる非白色雑音系列 An の項が加わり (図 2(b) 参照)、仮に真の $\{a_i\}$ が求まっている場合にも、 An の影響が大きい [36]。この雑音成分の非白色性が上記の最小 2 乗法に与える影響は、伝達系 $1/A(z^{-1})$ の共振の Q が大きい場合、(すなわち極が単位円内に近い場合) に、一層大きくなる。これは、 H が数学的には正則であっても、実際には伝達系の共振特性のために、特異値の最大値と最小値の比が非常に大きいことに起因する。

従って、(17) 式の評価において、(19a) 式で得られた系列 \hat{x} に対して BF^H 処理を施すことによって、系列 \hat{x} 中の L 個のパルス位置 $\{\tau_i\}$ 以外の成分のパワーのみ抽出・最小化した場合には、良好な $\{a_i\}$ の推定値は望めない。

(b) 特異値分解の利用

そこで行列 H を特異値分解し、その逆特性を A の代わりに用いることによって、(19b) 式右辺第 2 項の An によって表される雑音成分を低減化を図る。

$$(20) \quad H = Q_1 \Sigma Q_2^T$$

Q_1, Q_2 は、各々 HH^T と $H^T H$ の固有ベクトルを列とする $N \times N$ ユニタリ行列である。また、行列 H の実質的階数を R ($R \leq N$) とおく。 Σ は、特異値 σ_i ($\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \dots \geq \sigma_R > 0$) を対角線上に持つ $N \times N$ 対角行列である。 $N \times N$ の対角行列 Σ_R^{-1} を、

$$\Sigma_R^{-1} = \text{diag}[1/\sigma_1, 1/\sigma_2, \dots, 1/\sigma_R, 0, \dots, 0]$$

と定義すると、 x の最小ノルム最小 2 乗解 \hat{x} は、次式で与えられる。

$$(21) \quad \hat{x} = Q_1 \Sigma_R^{-1} Q_1^T y$$

この x を (17) 式の Ay のかわりに代入して、次の γ を最小化することによって、伝達系の特性 $\{a_i\}$ を求める。

$$(22) \quad \gamma = e'^H e'$$

$$\text{ただし、 } e' = BF^H Q_1 \Sigma_R^{-1} Q_1^T y$$

ここで、(21) 式の \hat{x} の物理的意味を調べる。 H に $N \times N$ 交換行列 J を掛けた JH は、対称行列となる為、次のように固有値展開 [34] できる。

$$JH = UMU^T$$

$$J = \begin{bmatrix} 0 & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & 0 & 1 \\ \vdots & & & & & 1 & 0 \\ 0 & 1 & \cdot & & & \vdots & \\ 1 & 0 & \cdot & \cdot & \cdot & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

但し、 U は JH の固有ベクトル $\{u_i\}$ を列に持つ $N \times N$ 正規直交行列。行列 M は、 JH の固有値 μ_i ($|\mu_1| \geq |\mu_2| \geq \dots \geq |\mu_R| > 0 = \dots = 0$) を持つ対角行列である。 $J^T = J$, $JJ = I_N$ であるから

$$M_R^{-1} = \text{diag}[1/\mu_1, 1/\mu_2, \dots, 1/\mu_R, 0, \dots, 0]$$

と定義すると、

$$(H^T H)^{-1} H^T = UM_R^{-1} U^T J$$

が近似的に成立する。従って、(21)式の \hat{x} は次式で表わされる。

$$\hat{x} = UM_R^{-1}U^T J y$$

更に(2')式の y と(20)式の H を代入して整理する。

$$(23) \quad \begin{aligned} \hat{x} &= UM_R^{-1}U^T J(JUMU^T x + n) \\ &= (U^T)^{-1} \Delta_R U^T x + (U^T)^{-1} M_R^{-1} U^T n' \end{aligned}$$

ただし、 Δ_R は、 $N \times N$ 単位行列の N 個の対角成分のうち、最初の R 個の要素のみが1で残りの $(N-R)$ 個の要素が零の行列である。また、 $n' = Jn$ は、雑音 $n(n)$ の時間方向を逆にした系列 $n'(n) = n(N-n-1)$ である。図3にこうして得られた \hat{x} の右辺第1項、第2項の様子を示す。

(23)式の右辺第1項は、真のパルス系列 x を固有値ベクトル $\{u_i\}$ により正規直交展開し、得られたベクトル $U^T x$ に対して Δ_R を掛けて、次数の低い R 個の要素 ($i=1 \sim R$) のみ残し、残りの次数の高い要素を切り捨て、最後にまた逆の正規直交展開 $(U^T)^{-1} = U$ を行なうという、一般化された低次通過フィルタリングを表わす。仮に $\{u_i\}$ が N 点の離散的フーリエ変換に於ける正規直交基底ベクトルに等しければ、この $(U^T)^{-1} \Delta_R U^T$ は、 H の共振周波数特性の S/N の良好な帯域成分のみを通過させる通常の帯域通過フィルタリングとなる。

また、(23)式の右辺第2項は、 M_R^{-1} の特性から分る様に、 R 次までの一般化された高次強調フィルタを形成している。

従って、例えばある閾値 T_0 に対して

$$(24) \quad \rho(R) = \left(\frac{\sum_{i=1}^R |\mu_i|^2}{\sum_{i=1}^N |\mu_i|^2} \right)^{1/2} < T_0$$

を満足する R の最大値を打ち切り次数とおく等適当な基準 [26] により設定された Δ_R, M_R^{-1} を用いれば、 x の推定における雑音成分を抑制できる。

このように、(22)式の残差系列 e' のパワー γ の最小化によって、 $\{a_i\}$ の推定における雑音の影響を小さくできる。

なお、(22)式の γ の最小化は、(8)式または(14)式の α の評価式と比較して、厳密解を保証したものではない、しかし、 (SS^T) の逆特性を導入していないために、非線形性が小さく、かつ

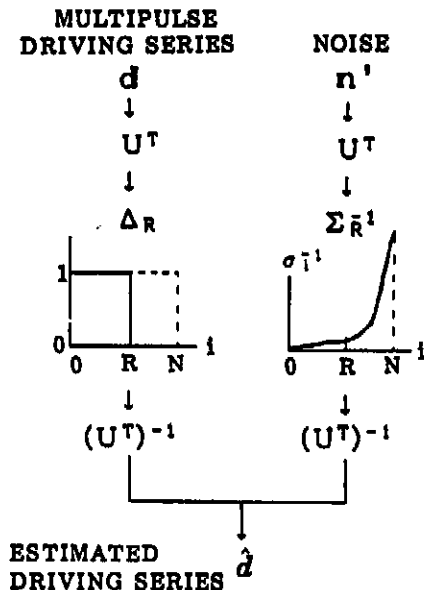


図 3. 本文(21)(23)式の駆動パルス列推定の原理
特異値分解によって、低次通過型フィルタリングを行って、雑音成分を抑制できる

(17)式の Ay ほど雑音の影響も受けないために、(8)式または(14)式の最適化の初期値の設定の為の処理としては有効である。

3. シミュレーション実験

計算機シミュレーションを行ない、2.2節、2.3節の本推定法を評価する。実験に用いる全極モデルは、スペクトル推定関係の文献でよく引用される4次のものである [37] [38].

$$a_0=1, \quad a_1=-1.352, \quad a_2=1.338, \quad a_3=-0.662, \quad a_4=0.240.$$

図4(a)(b)(c)に各々この全極モデルの極の z 平面上での位置、インパルス応答波形、周波数特性を示す。この全極モデルは、 $0.7 \exp \pm j0.69$, $0.7 \exp \pm j0.88$ に4つの極をもつ。図4(d)に示す様に、(2a')式の行列 H を特異値分解した際の、特異値の最小値と最大値の比の値は、 -25 dB (振幅比で約 $1:0.056$) 程度ある。尚、本実験の各処理は、IBM 3081-KX6 上に於て全て倍精度実数により計算を行なった。また、付加雑音は、ガウス白色雑音とした。

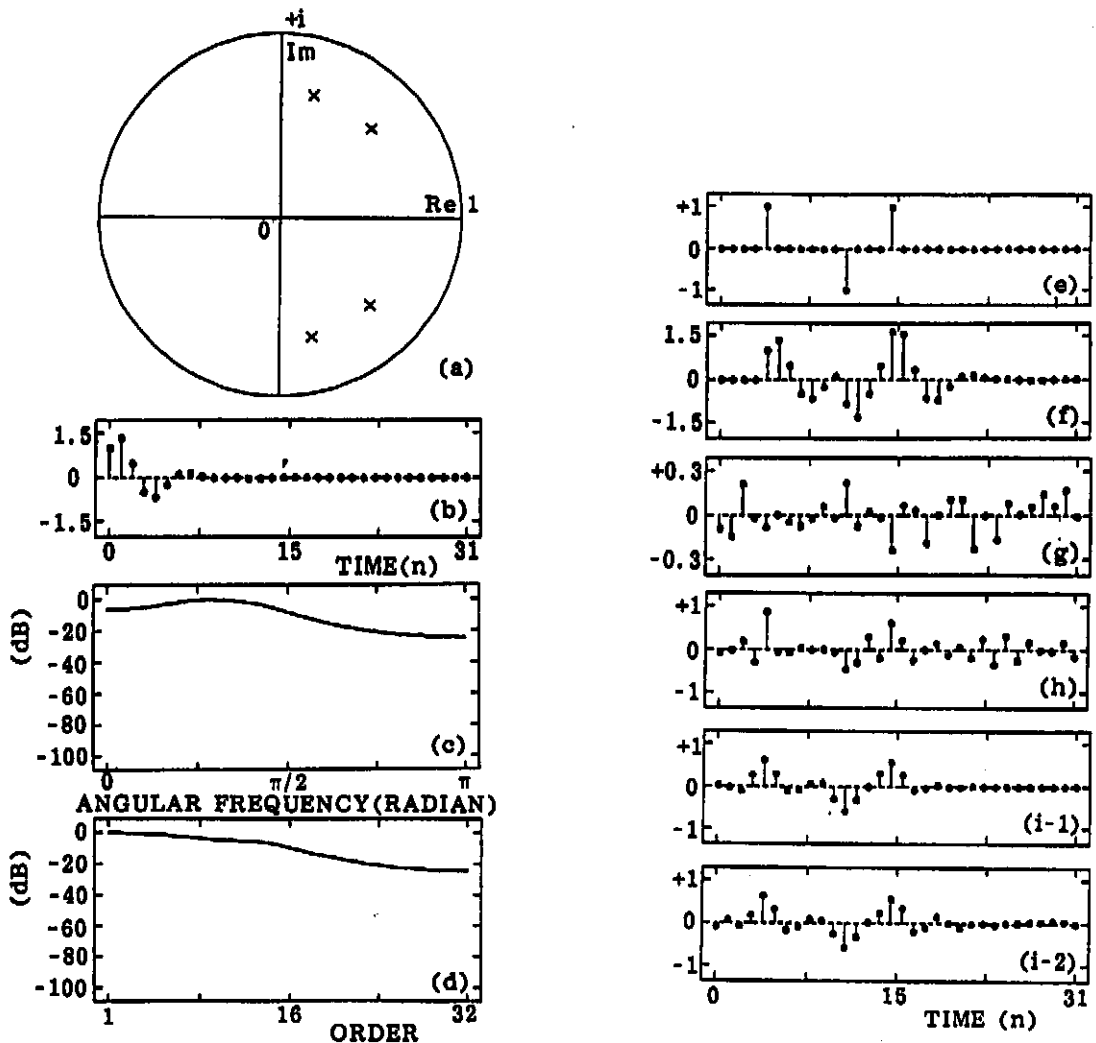


図4. シミュレーション実験に用いる各部信号の特性

- (a) 全極型伝達系の極の z 平面上での位置
- (b) 全極型伝達系のインパルス応答
- (c) 全極型伝達系の周波数応答
- (d) 伝達系応答行列 H の特異値の分布
- (e) 入力信号 (信号長 N は、32 点)
- (f) 入力信号に対する伝達系の応答信号
- (g) 伝達系の出力端に加える白色雑音系列 ($S/N = 15$ dB)
- (h) (19b) 式の逆フィルタリング Ay による入力信号 x の推定値 ($S/N=15$ dB)
- (i) (20)式による入力信号 x の推定値
 - (1) $S/N=\infty$, (2) $S/N=15$ dB

入力信号 $x(n)$ の例として、図 4(e) に示す 3 個のパルスをもつ、長さ $N=32$ 点の系列を考える。更に、 $x(n)$ が上記の全極モデルに入力した際に得られる応答信号 $h(n)$ を図 4(f) に示す。この応答信号に、図 4(g) の雑音信号 $n(n)$ が加わって得られる観測信号 $y(n)$ の長さも、 $N=32$ と設定する。この際 $S/N=15$ dB とする ($h(n)$ と $n(n)$ の平均振幅比が 5.6:1)。参考までに、(19b) 式の通常の逆フィルタリング Ay による $x(n)$ の推定結果を図 4(h) に示す。この図から通常の逆フィルタリングは、最小二乗推定であるが、真の $\{a_i\}$ を用いても、雑音には非常に弱いことがわかる。そこで、2.3 節 (b) の (20) 式の特異値分解によるパルス位置の推定法に基づいて、真の $\{a_i\}$ を用いて推定したパルス系列を図 4(i) に示す。 S/N は、図 4 (i-1) で ∞ 、図 4 (i-2) で 15 dB である。また、特異値分解の打ち切り次数 R は、(24) 式の設定基準を $T_0=99.5\%$ と設定したところ、 $R=20$ となった。 S/N 劣化によっても殆ど結果が変わらず、図 4(a) に示した真のパルス位置付近の振幅は大きく、この方法は雑音に強いことがわかる。

実際に $\{a_i\}$ を未知とし、まず、2.3(b) 節の手法を適応して推定した伝達系の極の z 平面上の位置を図 5(a) に \times 印で示す。(22) 式の最適化に於ける $\{a_i\}$ の初期値としては、全極型伝達系の次数を既知として、通常の極推定法 [39] を利用した。

更に、これらの値を初期値として、2.2 節の (14) 式的最適化を行なって得られた結果を同じく図 5 に示す。図 5(a) では、推定された極の z 平面上での位置を \circ 印で示す。図 5 (b)(c) は、推定された伝達系のインパルス応答及び周波数特性、図 5(d)(e) には、各々推定された駆動パルス系列 x 、推定された伝達系の応答系列 h 及び雑音系列 n を示す。これらと図 4(a) との比較から、ほぼ満足出来る結果が得られることが分る。

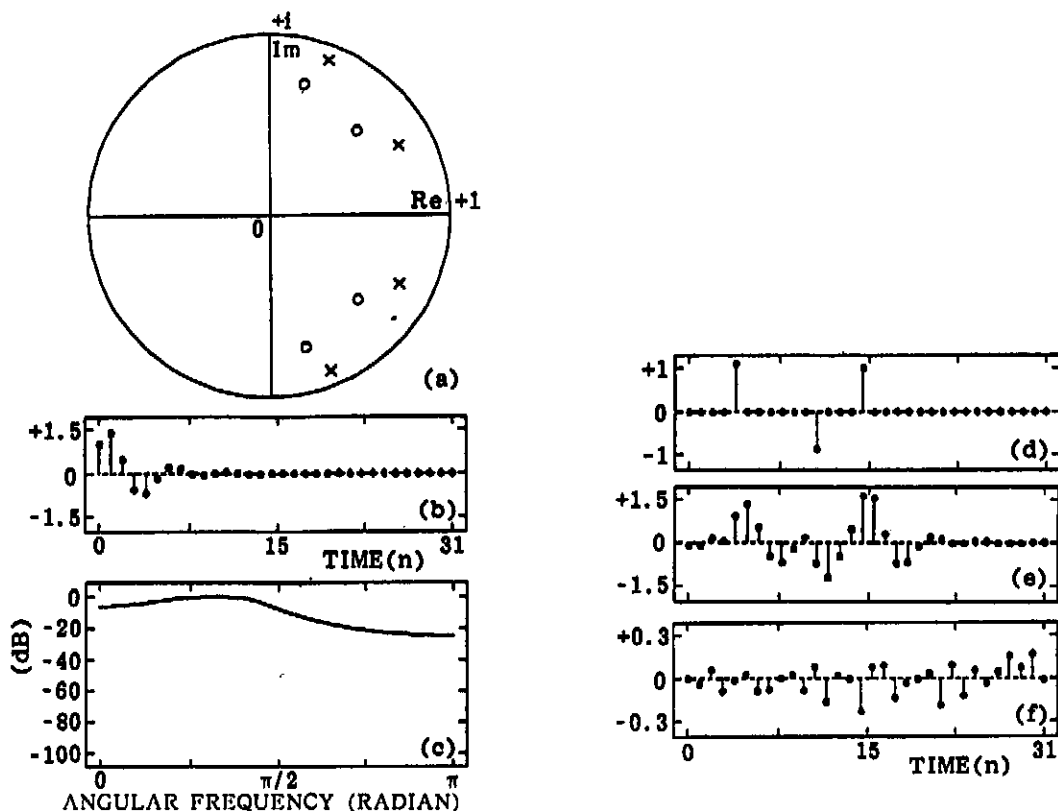


図 5. 2.3(b) 節, 2.2 節の手法による推定結果

- (a) 伝達系の極の推定値 (\times 印: 2.3(b) 節の手法の結果, \circ 印: 2.2 節の手法の結果)
- (b) 全極型伝達系のインパルス応答の推定値
- (c) 全極型伝達系の周波数応答の推定結果
- (d) 入力信号の推定結果
- (e) 入力信号に対する伝達系の応答信号の推定結果
- (f) 伝達系の出力端の雑音系列の推定結果

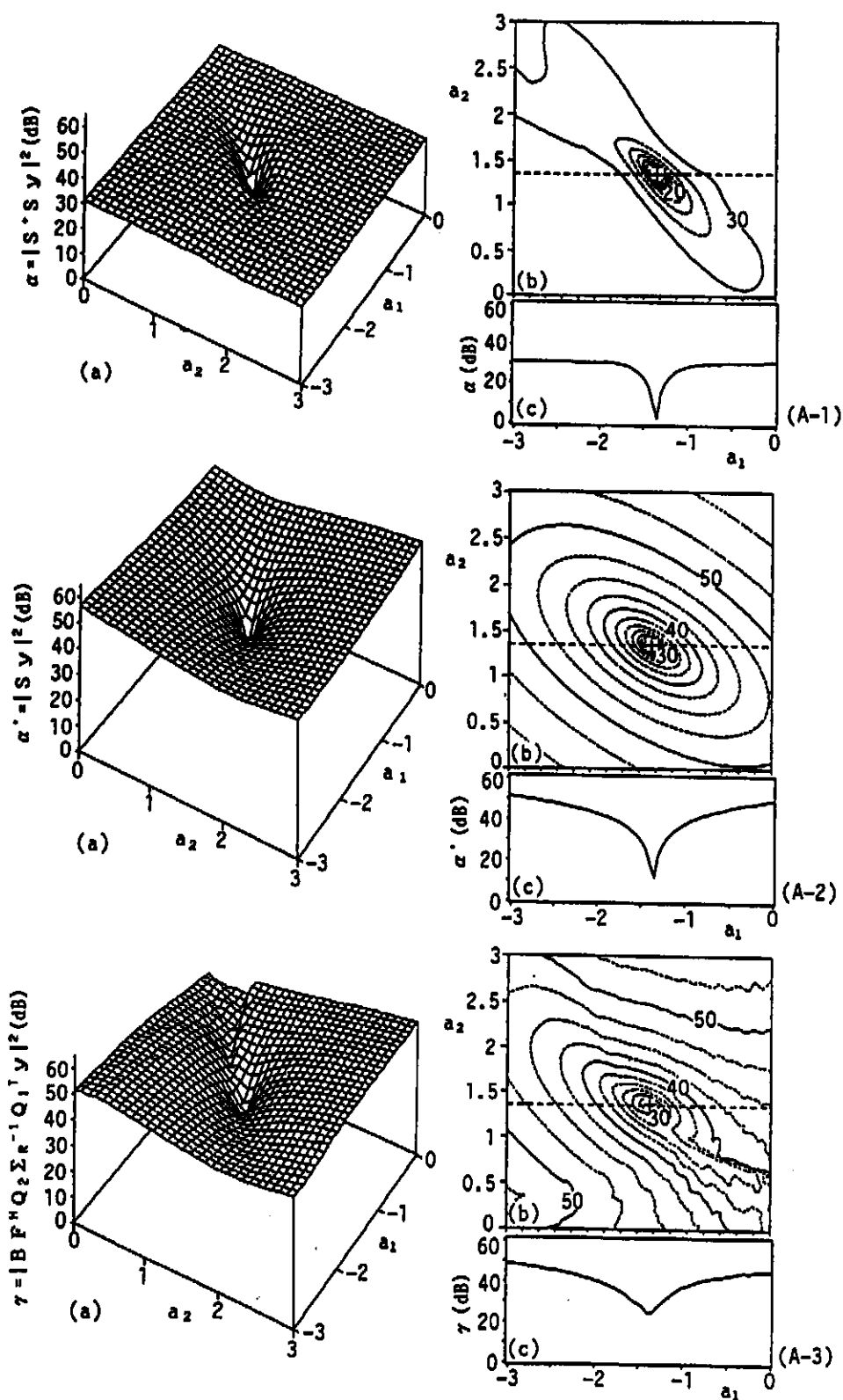


図 6(A). 評価関数 γ , α' と α の値の分布 ($S/N = \infty$ の場合) (+印: 真値)

- (1) (14)式 $\alpha = |S + S y|^2$ の値の分布
- (2) (17)式 $\alpha' = |S y|^2$ の値の分布
- (3) (22)式 $\gamma = |B F^H Q_2 \Sigma_R^{-1} Q_1^T y|^2$ の値の分布.

(a) 3次元の分布図, (b) $(a_1 - a_2)$ 平面上の等高線図,
 (c) 等高線図(b)の点線 ($a_2 = 1.338$) に沿った断面図 (2.5 dB 間隔)

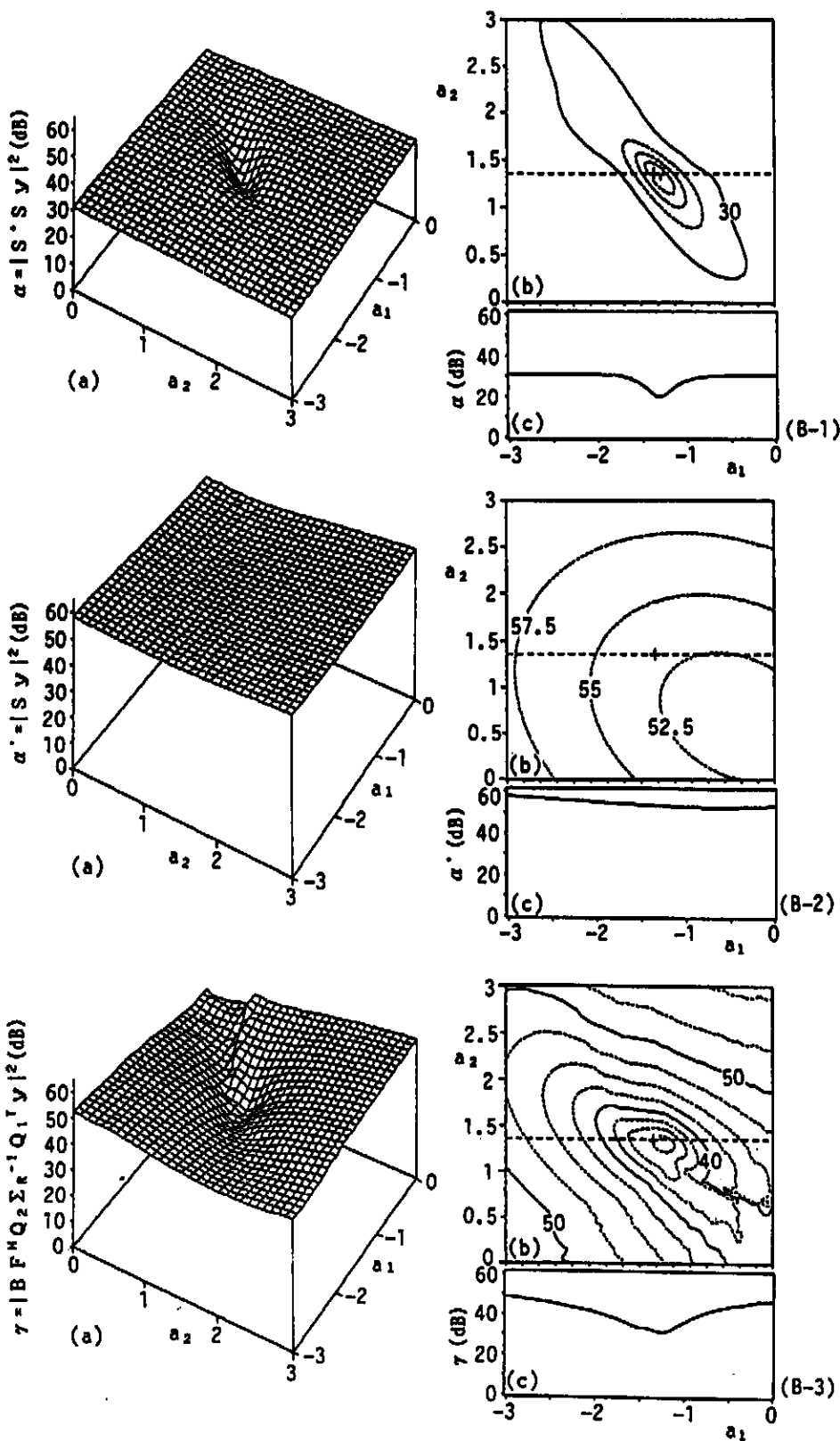


図 6(B). 評価関数 γ , α' と α の値の分布 ($S/N=10$ dB の場合) (+印: 真値)

- (1) (14)式 $\alpha = |S + Sy|^2$ の値の分布
 - (2) (17)式 $\alpha' = |Sy|^2$ の値の分布
 - (3) (22)式 $\gamma = |BF^H Q_2 \Sigma_R^{-1} Q_1^T y|^2$ の値の分布.
- (a) 3次元的分布図, (b) ($a_1 - a_2$)平面上の等高線図,
(c) 等高線図(b)の点線 ($a_2 = 1.338$)に沿った断面図 (2.5 dB 間隔)

図6には、未知パラメータ $\{a_i\}$, $i=1, 2, 3, 4$ の内、 a_3 と a_4 を真値に固定し、 a_1 と a_2 を変化させたときの、2.2節(14)または(8)式、2.3節(19b)式、2.3(b)節(22)式で各々最適化する評価値 α , α' と γ の値の分布を、(a) 3次元的分布図と (b) 等価線図によって表示する。S/N は、(A) ∞ と (B) 10 dB である。また、等高線表示した図面上の点線部分 (a_2 はほぼ 1.338) に関する断面図を図(c)に示す。

図6(A-2)に示すように、付加雑音のない場合には、(17)式の最小化でも問題はない。しかし、図6(B-2)から分かるように、S/Nが低い場合には、(17)式の最小化では $\{a_i\}$ の推定がうまく行えないことがわかる。それに対して図6(B-1)の2.2節(14)式の α の値の分布においては、その最小値は真値をほぼ正確に表わしている。しかし、真値付近のごく狭い範囲でのみ α の値が変化しており、その周囲ではほぼ平坦となっており、初期値の採り方によっては真値に到達できないことがわかる。一方、図6(B-3)の2.3(b)節(22)式の γ の値の分布は、真値(+印)付近を最小値として、やや分布に乱れがあるものの、その周りに広範囲に亘って傾斜を持ちながら変化をしている。これらの性質の差異は、2.2~2.3節の原理を裏付けている。従って、まず図6(c)の(22)式の評価を行って、遠方から真値へ近付き、その上で図6(a)の(14)式の評価を行うことにより、精度のよい推定値を得ることができる。

図7には、伝達系の出力端に於ける S/N に対する伝達系と駆動パルス系列の推定精度を示す。伝達系の推定精度は、真の $\{a_i\}$ と推定された $\{\hat{a}_i\}$ を用いて次の正規化誤差パワー ρ [38] によって評価した。

$$(25) \quad \rho = \sum_{i=1}^M |\hat{a}_i - a_i|^2$$

また、駆動パルス系列の振幅の推定精度は、真の駆動系列 $x(n)$ と推定された $\hat{x}(n)$ を用いて次の正規化誤差パワー η によって評価した。

$$(26) \quad \eta = \sum_{n=0}^{N-1} |\hat{x}(n) - x(n)|^2$$

各 S/N の値に対して、長さ $N=32$ 点の白色雑音を独立に 32 回発生させ、それらの試行結果から ρ と η の値の平均値を求めた。

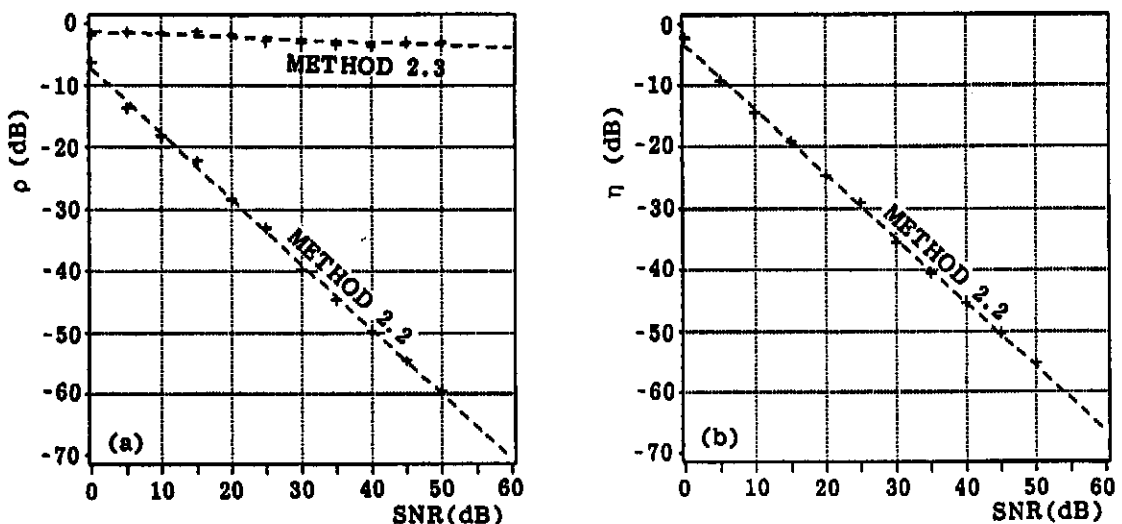


図7. 2.2節, 2.3(b)節の手法の推定精度の評価

- (a) 伝達系のパラメータの推定精度 ρ ((25)式参照)
- (b) 入力信号の推定精度 η ((26)式参照)

4. 円ドル為替レートの分析実験結果

本論文で提案した、マルチパルス駆動の伝達系モデルによって、実際の経済指標の分析ができることを示す為に、円/ドル為替レートを例にとって実験を試みた。図7(a)に示すように、円/ドル為替レート（東京市場直物終値の週平均値）の昭和61年1月から昭和63年10月までの148週（約3年間）に関する推移データを分析対象とした。標本化定理 [32] を満足する様に、各週央の前後合わせて2週間の時間幅の日々終値のデータの平均値を求めて、新たに週平均のサンプル値系列を生成した。この期間内では、円相場は、1ドル=200円台から、120円台にまで変動

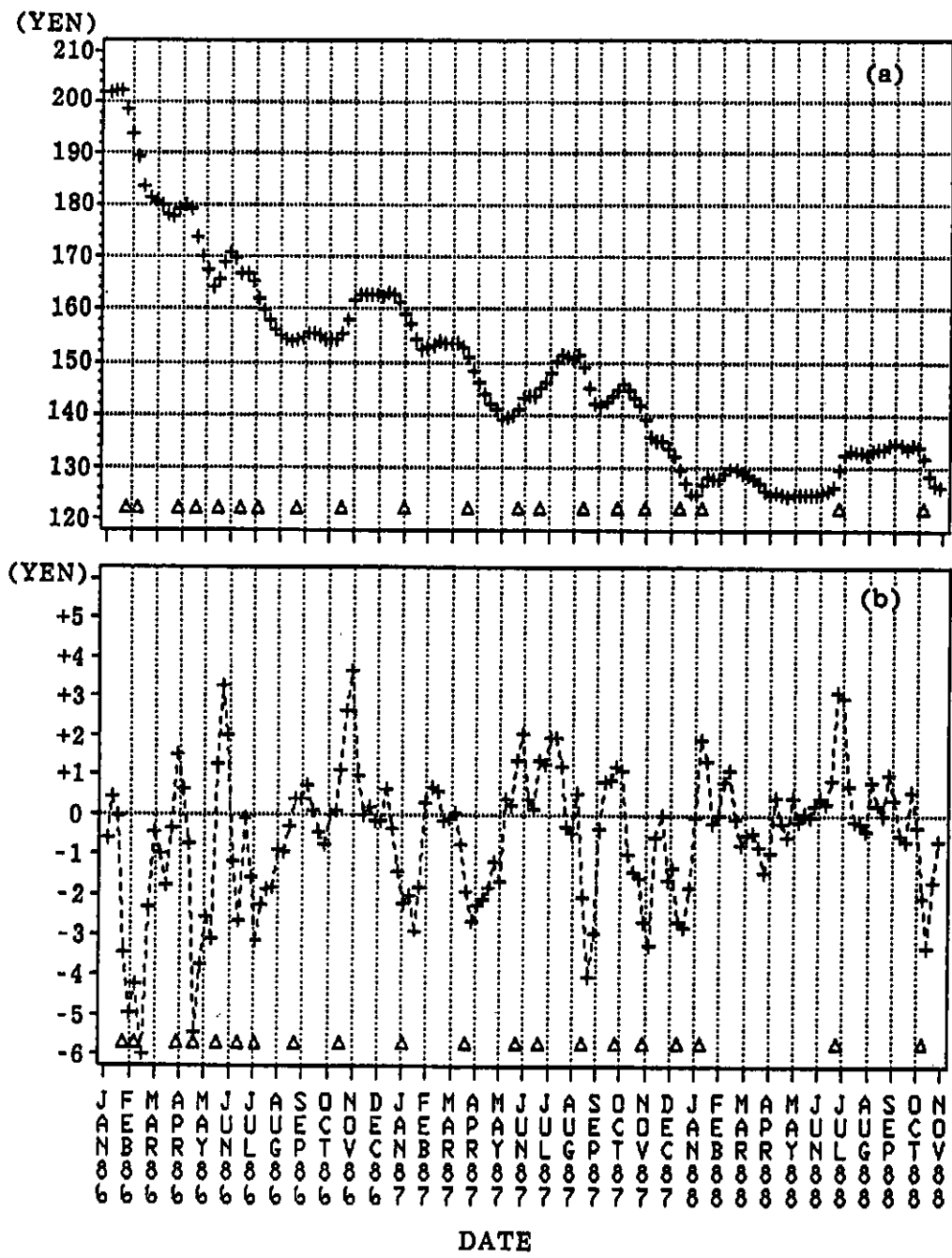


図 8. 分析対象とする円/ドル為替レート推移時系列

- (a) 円/ドル為替レート週平均値の推移 (1986年1月から1988年10月迄)
- (b) 時系列(a)の1次差分波形.
- (△印は衝撃入力時点のラベリング結果)

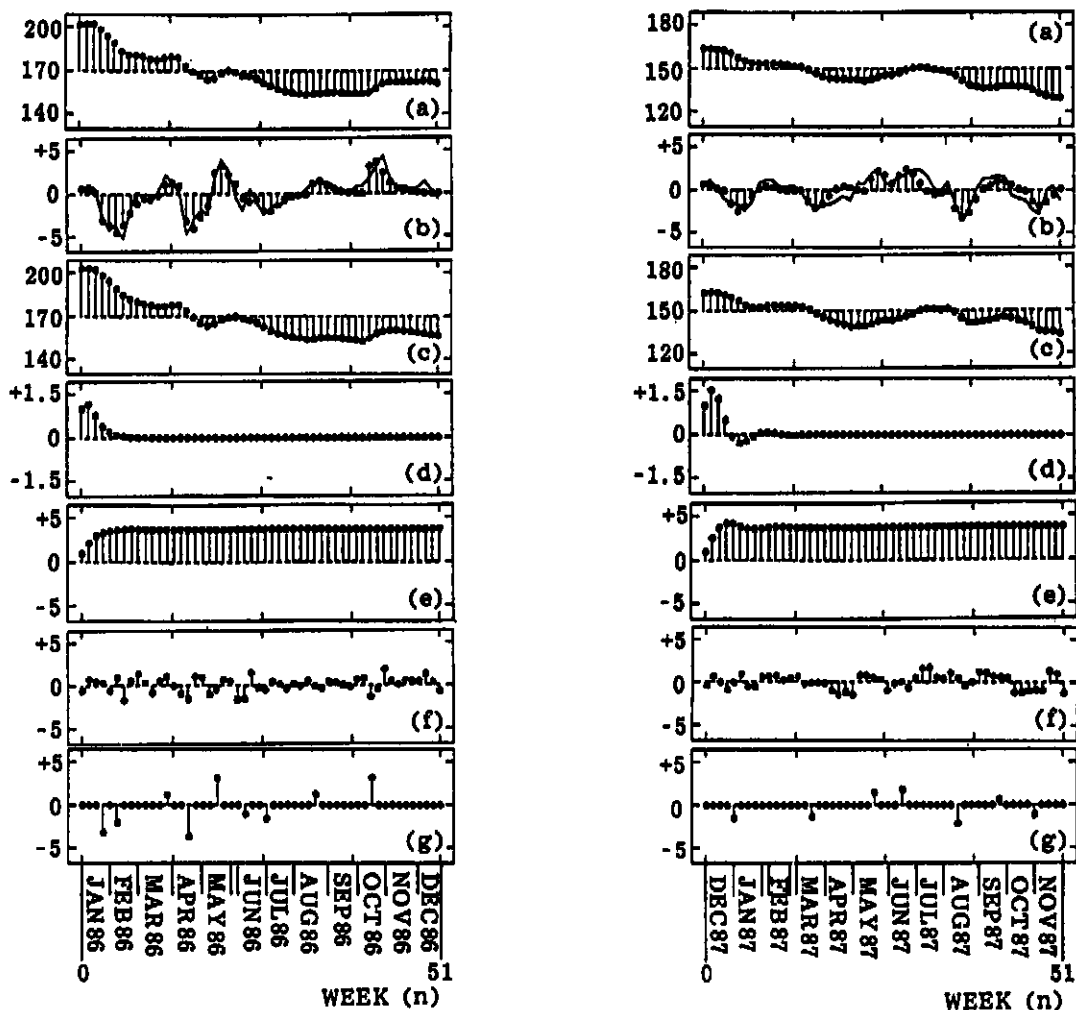


図 9. 円/ドル為替レート時系列分析結果

- | | |
|---|--|
| <p>(1) 1986年1月第1週から1986年12月第4週迄の52週間</p> <p>(a) 差分をとる前の原波形 $z(n)$,</p> <p>(b) $z(n)$ の1次差分波形 $y(n)$ (実線)と、分析により得られた伝達系の応答波形推定値 $\hat{h}(n)$ (離散値)</p> <p>(c) $\hat{h}(n)$ の積分過程 ($z(n)$ の推定値)</p> <p>(d) 推定された伝達系のインパルス応答,</p> <p>(e) (d) の積分過程,</p> <p>(f) 観測雑音 $n(n)$ の推定値</p> <p>(g) 入力パルス列 $x(n)$ の推定値.</p> | <p>(2) 1986年12月第1週から1987年11月第5週迄の52週間</p> <p>(a) 差分をとる前の原波形 $z(n)$,</p> <p>(b) $z(n)$ の1次差分波形 $y(n)$ (実線)と、分析により得られた伝達系の応答波形推定値 $\hat{h}(n)$ (離散値)</p> <p>(c) $\hat{h}(n)$ の積分過程 ($z(n)$ の推定値)</p> <p>(d) 推定された伝達系のインパルス応答,</p> <p>(e) (d) の積分過程,</p> <p>(f) 観測雑音 $n(n)$ の推定値</p> <p>(g) 入力パルス列 $x(n)$ の推定値.</p> |
|---|--|

している。

図8(a)の時系列データを定常過程とするために、1次差分をとる。そこで得られた時系列データを図8(b)に示す。図8(b)の系列の標準偏差(約1.6円)より大きい振幅の区間を、衝撃による変動箇所とみなし、その変動の開始時点にパルス入力ラベリングを行なった(図8(a)と図8(b)中△印)。

図8(b)の全データを

- (1) 1986年1月第1週から1986年12月第4週迄
- (2) 1986年12月第1週から1987年11月第5週迄
- (3) 1987年11月第1週から1988年10月第5週迄

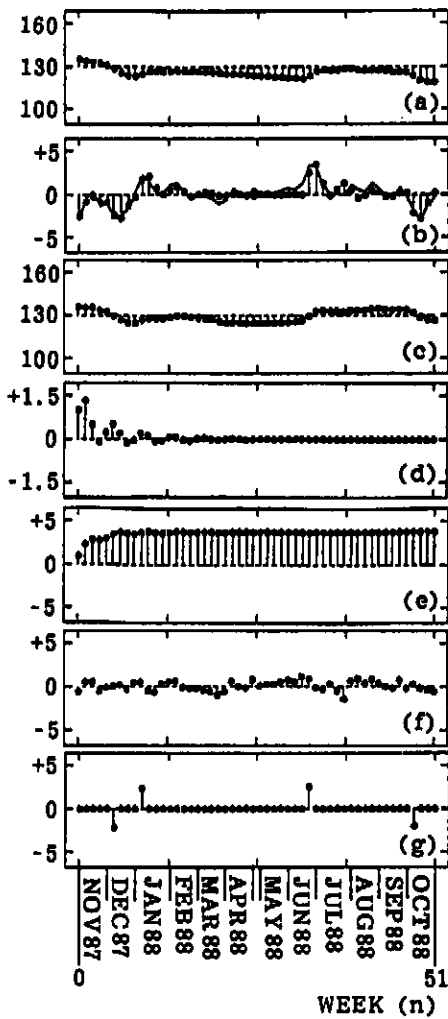


図 9. つづき

- (3) 1987年11月第1週から1988年10月第5週迄の52週間
- (a) 差分をとる前の原波形 $z(n)$,
- (b) $z(n)$ の1次差分波形 $y(n)$ (実線) と、分析により得られた伝達系の応答波形推定値 $\hat{h}(n)$ (離散値)
- (c) $\hat{h}(n)$ の積分過程 ($z(n)$ の推定値)
- (d) 推定された伝達系のインパルス応答,
- (e) (d) の積分過程,
- (f) 観測雑音 $n(n)$ の推定値
- (g) 入力パルス列 $x(n)$ の推定値.

の3区間に分け、各分析窓長 N を52点 (52週=約1年間) とし、その分析窓内において直流成分を除いた後、ラベル付けられたパルス位置 $\{\tau_j\}$ を中心に、 ± 1 の幅でパルス位置を変動させ、その各々の場合に関して、伝達系のパラメータ $\{a_i\}$ を推定し、(22)式の整合パワー α が最小となるパルス位置を選択した。尚、全極型伝達系の次数 M は、予め時系列全体に対して AIC [40] による次数推定を行なって、4と設定した。図9に(1)~(3)の各区分毎の分析結果を示す。図9(a)は差分をとる前の波形 $z(n)$ 、図9(b)はその一次差分波形 $y(n)$ (実線) と、それを分析して得られた(2b)式の伝達系の応答波形の推定値 $\hat{h}(n)$ (離散値)を示す。また、図9(c)は $\hat{h}(n)$ の積分過程 (図9(a)の原波形の推定値)、図9(d)は推定された伝達系のインパルス応答、図9(e)はその積分過程、図9(f)は観測雑音 $n(n)$ の推定値である。更に図9(g)には、入力パルス系列 $x(n)$ の推定値を示す。これらの図に示す様に、複雑な原波形を少数の入力パルスと伝達系によってほぼモデル化できることがわかる。

表1には、参考までにこの約3年間の主な経済的衝撃の内容と、そのパルスの振幅の推定値を纏める。推定された殆どのパルスと、経済的な衝撃との対応をとることができる。また、各伝達系の $\{a_i\}$ パラメータの推定値を示す。各年の分析で得られた $\{a_i\}$ の値の傾向は類似しているが徐々に変化していることがわかる。

ニュース分析の観点から本実証分析と Ito-Roley [9] を比較すると、後者は「ニュース」の概念を理論的に特定の経済指標に関する発表の予期しなかった部分と定義し、それを幾つかの方法で計測したが、本論文では経験的アプローチに基づき、一定幅以上のレート変動が観測された

表 1. 円/ドル為替レート時系列における衝撃パルスの分析結果

(1)1986年 1月から1986年12月迄 ($a_0=1, a_1=-1.170, a_2=0.590, a_3=-0.182, a_4=0.028$)

パルス入力時期	パルス振幅 推定値	主な衝撃の内容
1986年 1月24日±7日	-3.2円	竹下蔵相「1ドル=190円でも日本の産業界は耐えられる」と発言、円相場急騰(1月24日) 公定歩合引下げ、年4.5%に(1月30日)
1986年 2月14日±7日	-2.0円	竹下蔵相公定歩合引下げを示唆(2月17日) ベーカー米財務長官 ドル相場の一殺安を容認する発言(2月18日)
1986年 3月28日±7日	+1.2円	
1986年 4月18日±7日	-3.7円	日米協調利下げで日本の公定歩合は戦後最低水準年3.5%へ、米国は8年ぶりに6.5%となる(4月21日)
1986年 5月16日±7日	+3.1円	ベーカー米財務長官「ドルは充分下落し、ドル高是正は終わった」と発言(5月13日)
1986年 6月13日±7日	-1.0円	米86年第1四半期GNPは、2.9%に下方修正(6月18日)
1986年 7月 4日±7日	-1.6円	米国製造業受注が発表、予想に反しマイナス(7月2日)
1986年 8月29日±7日	+1.3円	7月の米景気先行指数が発表、予想を上回る(8月29日)
1986年10月17日±7日	+3.2円	米86年第3四半期のGNP伸率好調と発表(10月23日)

(2)1986年12月から1987年11月迄 ($a_0=1, a_1=-1.541, a_2=1.151, a_3=-0.394, a_4=0.048$)

パルス入力時期	パルス振幅 推定値	主な衝撃の内容
1987年 1月 2日±7日	-1.5円	86年11月の米国貿易収支発表(赤字幅が一転して最大となる)(12月30日)
1987年 3月20日±7日	-1.4円	ベーカー米財務長官「2月の七カ国蔵相会議(G7)では、ドル相場の目標は設定されなかった」と目標相場圏合意を否定(3月23日)
1987年 5月22日±7日	+1.5円	米国のインフレ懸念の後退で米国債相場上昇(5月25日) レーガン米大統領「ドル安これ以上望まず」と発言(5月26日)
1987年 6月19日±7日	+1.8円	ヤイター米通商代表のドル安を求める趣旨発言(6月26日) ベーカー米財務長官が米国のインフレを懸念する発言(6月22日)
1987年 8月14日±7日	-2.1円	米国6月の貿易収支発表、大幅に赤字拡大(8月15日) 米政府高官「米貿易赤字が縮小しない限りドル安は続く」と発言(8月19日)
1987年10月30日±7日	-1.1円	NY株価大暴落(ブラックマンデー)(10月27日)

(3)1987年11月から1988年10月迄 ($a_0=1, a_1=-1.325, a_2=1.243, a_3=-0.907, a_4=0.254$)

パルス入力時期	パルス振幅 推定値	主な衝撃の内容
1987年12月11日±7日	-1.5円	10月の米国貿易赤字幅が史上最悪と発表(12月10日)
1988年 1月 1日±7日	+1.7円	日米欧(G7)七カ国協調介入強化で合意(12月30日)
1988年 6月24日±7日	+1.9円	西独連銀買いオペ金利引上げ(6月21日)
1988年10月 7日±7日	-1.4円	8月の米国貿易赤字幅が史上最悪と発表(10月13日)

時点の近傍に経済的ニュースのインパクトがあったと仮定し、そのパルス入力の振幅を推定した。ただし両モデルは分析手法、データ観測周期及び時間に於て異なる。

本論文の分析では、ニュースのパルス入力は、1986年、87年、88年にそれぞれ9時点、6時

点及び4時点にあった。1986年が最も多く、振幅も87年、88年に比べて大きい傾向にあった。52点系列での標準偏差は、86年は1.02で、87年、88年の約1.9~1.6倍である。

表1の経済的ニュース内容を見ると、米国のニュースが大半を占めている。これは日米両国のニュースについて米国のニュースが断然重要であるとした Ito-Roley [9] の結果と合致する。また、経済的要因としては、日米両国の利子率、米国の貿易赤字及び米国のGNPなど景気動向に関するニュースの影響が重要であった。更に、表1のニュースの多くはこれら経済的要因に関する予想と異なる発表に関係していることが分る。これはニュース・モデルで一般に採用されるニュースの概念と符号するものと言える。

以上のように、本論文で提案した時系列分析法により伝達系(全極型)と入力パルス列を推定し、観測信号を、入力パルス列・観測雑音・伝達系の3つの構成要素に分解することが可能であることが示された。

5. 結 論

マルチパルス系列を線スペクトルとみなせば、その逆フーリエ変換が正弦波の和であるから、再び絶対値1の極をもつ自己回帰モデルで表される。このことを利用して、付加雑音がある場合に、マルチパルス系列が入力した際の全極モデルの応答系列から、全極モデルと入力マルチパルス系列を推定するための新しい定式化方法を提案した。次に先ず、計算機シミュレーション実験によって、この理論の有効性を確かめた上で、円/ドル為替レートに対する分析を試みた。従来の時系列分析法に対して、本手法は、

- (a) 経済的な複数の衝撃に対応するマルチパルス列が、市場という伝達系に入力し、
- (b) 更に、そこに観測雑音が付加されている

という2点に関する拡張を行なって、モデルを構築している。

本分析では、今のところ伝達系は全極型であるという制限があり、より一般的には極零型へ拡張する必要がある。また本論文では、一変量の時系列に関して処理を行なったが、多変量化への拡張が必要であろう。更に、パルス入力時刻も同時に推定できる方法も開発する必要があるであろう。また、本論文では週平均値の時系列データを扱っている為、表1の様に時間分解能が悪いが、更に日々終値あるいは時々刻々と変化する系列データに対する分析への拡張が期待できる。さらに、2.2節の最尤推定に対して、2.3(b)節の特異値分解を用いた場合の近似的手法の推定値の一致性、有効性に関する理論的検討も必要である。今後、本論文で残されたこれらの問題点を解決し、経済指標の分析方法としての確立を図っていく方針である。

謝 辞: 本研究を御援助頂いた東北大学工学部 中鉢憲賢教授、東北大学情報処理教育センター 奈良久教授、川添良幸助教授、応用情報学研究センター 牧野正三助教授に深く感謝します。

参 考 文 献

- [1] Frenkel, J. A. (1981). Flexible exchange rates, prices, and role of 'news': Lessons from the 1970s. *J. Polit. Econ.* 89 665-775.
- [2] 植田和男(1983). 国際マクロ経済学と日本経済—開放経済体系の理論と実証—, 東洋経済新報社.
- [3] Dornbusch, R. (1976). Expectations and exchange rate dynamics. *J. Polit. Econ.* 84 1161-1176.
- [4] Frankel, J. A. (1979). On the mark: A Theory of floating exchange rates based on real interest differentials. *Amer. Econ. Rev.* 69 610-622.
- [5] Frankel, J. A. (1981). On the mark: Reply. *Amer. Econ. Rev.* 71 1075-1082.
- [6] Domowitz, I. and Hakkio, C. S. (1985). Conditional variance and the risk premium in the foreign exchange market. *J. Internat. Econ.* 19, 47-66.
- [7] 翁 邦雄, 鈴木俊之(1987). 為替レートとリスク・プレミアム. *経済研究* 38 202-212.

- [8] Boughton, J. M. (1987). Tests of the performance of reduced-form exchange rate models. *J. Internat. Econ.* 23 41-56.
- [9] Ito, T. and Roley, V. V. (1987). News from the U. S. and Japan: Which moves the yen/dollar exchange rate? *J. Monetary Econ.* 19 255-277.
- [10] Huang, R. D. (1981). The monetary approach to exchange rate in an efficient foreign exchange market: Tests based on volatility. *J. Finance*, 36 31-41.
- [11] Wadhvani, S. B. (1987). Are exchange rates 'excessively' volatile? *J. Internat. Econ.* 22 339-348.
- [12] Fuller, W. A. (1976). *Introduction to Statistical Time Series*. Wiley, New York.
- [13] Dickey, D. A. and Fuller, W. A. (1979). Distribution of the estimators for autoregressive time series with a unit root. *J. Amer. Statist. Assoc.* 74 427-431.
- [14] Hasza, D. P. and Fuller, W. A. (1979). Estimation for autoregressive processes with unit roots. *Ann. Statist.* 7 1106-1120.
- [15] Phillips, P. C. B. and Perron, P. (1988). Testing for a unit root in time series regression. *Biometrika* 75 335-346.
- [16] Meese, R. and Singleton, K. J. (1982). On unit roots and the empirical modelling of exchange rates. *J. Finance* 37 1025-1035.
- [17] Corvaci, D. and Ouliaris, S. (1986). Robust tests for unit roots in the foreign exchange market. *Economics Letters* 22 375-380.
- [18] Taylor, S. J. (1986). *Modelling Financial Time Series*, Wiley, New York.
- [19] 刈屋武昭, 松江由美子 (1988). 非線形分散変動モデルによる日次・週次為替レート変動分析. 金融研究 7 日本銀行経済研究所. 101-146.
- [20] Takagi, S. (1988). On the statistical properties of floating exchange rates: A reassessment of recent experience and literature. *BOJ Monetary Econ. Stud.* 6 61-91.
- [21] Friedman, D. and Vandersteel, S. (1982). Short-run fluctuations in foreign exchange rates: Evidence from the data 1973-79. *J. Internat. Econ.* 13 171-186.
- [22] Boothe, P. and Glassman, D. (1987). The statistical distribution of exchange rates: Empirical evidence and economic implications. *J. Internat. Econ.* 22 297-319.
- [23] Engle, R. F. (1982). Autoregressive conditional heteroscedasticity with estimates of the variance of United Kingdom inflation. *Econometrica* 50 987-1007.
- [24] Box, G. E. P. and Jenkins, G. M. (1976). *Time Series Analysis forecasting and control*. Holden-Day.
- [25] Kay, S. M. and Marple, S. L. (1981). Spectrum analysis—A modern perspective—. *Proc. IEEE*, 69 1380-1419.
- [26] Cadzow, J. A. (1982). Spectrum estimation: An overdetermined rational model equation approach. *Proc. IEEE*. 70 907-939.
- [27] Markel, J. D. and Gray, A. H. Jr. (1976). *Linear Prediction of Speech*, Springer-Verlag.
- [28] 金井 浩, 安倍正人, 牧野正三, 城戸健一 (1988). マルチパルス駆動自己回帰過程からの全極型伝達系と駆動パルス列の同時推定法. 日本音響学会誌 44 503-509.
- [29] Kanai, H. and Kido, K. (1991). Estimation of Input Pulse Locations From the Response of an All-pole Transfer System Using Tapered Rank Reduction. *IEEE Transactions ASSP-39* (in press).
- [30] Rao, C. R. and Mitra, S. K. (1971). *Generalized Inverse of Matrices and its Applications*, John Wiley & Sons.
- [31] Oppenheim, A. V. and Schaffer, R. W. (1975). *Digital Signal Processing*, Prentice Hall. (伊達玄訳, コロナ社)
- [32] 城戸健一 (1985). デジタル信号処理入門, 丸善.
- [33] 柳井晴夫, 竹内 啓 (1983). 射影行列・一般逆行列・特異値分解, 東大出版会.
- [34] Lancaster, P. and Tismenetsky, M. (1985). *The Theory of Matrices*, Academic Press.
- [35] Dennis, J. E., Jr., and Schnabel, R. B. (1983). *Numerical Methods for Unconstrained Optimization and Nonlinear Equations*, Prentice Hall.
- [36] Andrews, H. C. and Hunt, B. R. (1977). *Digital Image Restoration*, Prentice Hall.
- [37] Kay, S. M. (1980). Noise compensation for auto-regressive spectral estimators. *IEEE Transactions. ASSP-28* 292-303.
- [38] Kanai, H., Abe, M. and Kido, K. (1987). Accurate auto-regressive spectrum estimation at low signal-to-noise ratio using a phase matching technique. *IEEE Transactions. ASSP-35* 1264-1272.
- [39] Kumaresan, R. Scharf, L. L. and Shaw, A. K. (1986). An algorithm for pole-zero modeling and spectral analysis. *IEEE Transactions. ASSP-34* 637-640.
- [40] Akaike, H. (1976). Canonical correlations analysis of time series and the use of an information criterion. In Mehra, R. and Lainiotis, D. G. (eds.) *Advances and Case studies in System Identification*, Academic Press.