

マルチパルス駆動自己回帰過程からの全極型伝達関数と 駆動パルス列の同時推定法*

金井 浩**

(東北大学情報処理教育センター)

安倍正人・牧野正三・城戸健 —***

(東北大学応用情報学研究センター)

(昭和 62 年 10 月 29 日受理)

内容梗概 自己回帰過程に線形予測分析を適用する際、伝達系は全極モデル、それを駆動する信号は単位インパルスか白色雑音に制限される。しかし、例えば女性音声に対しては後者の条件が成立せず、マルチパルス系列が駆動入力となる。しかし、マルチパルス系列はスペクトルに零点を有するため、推定は極度に困難な問題となり、従来マルチパルス符号化法のような近似的方法が採られていた。本論文では、マルチパルス駆動の全極モデルの応答系列から、全極型システムと駆動マルチパルス系列を最適に推定するための定式化を提案し、シミュレーション実験によりその理論的有効性を確かめる。本手法は、音声合成、音声認識、機械振動の分析等への応用が期待できる。

1. ま え が き

母音の音声信号、機械系で発生する振動、経済指標の時系列など、観測信号 $y(n)$ が自己回帰 (AR) モデルで表されることが知られている対象は多く、通常、このようなモデルの同定に関しては、線形予測分析¹⁾ が広く用いられている。線形予測分析は、観測信号の情報だけから全極型伝達系 $1/A(z)$ のシステム特性を決定するため、その伝達系を駆動する入力系列 $x(n)$ は、パワースペクトルが全周波数帯域にわたって一定値をとる、すなわち $x(n)$ がインパルスであるか、又は白色雑音であるという前提が必要となる。しかし、ピッチの高い女性発声の母音信号、断続的に繰り返し励振される機械系の振動等、特に共振の Q の高い伝達系において、一つのインパルスによって励振された全極型システムの応答が十分減衰しないうちに、次のインパルスが入力した場合、分析時間窓内では、駆動系列 $x(n)$ は、マルチパルスで表される。そのため、 $x(n)$ がスペクトル上に多数の零点を有し、全極モデルの応答である観測信号 $y(n)$ は、やはりスペクトル上に零点を持つ。従って、観測信号は、

自己回帰移動平均 (ARMA) モデルにより表され、上記の仮定を用いている線形予測分析では分析することが原理的にできない。このような場合には、観測信号から、全極型伝達関数 $1/A(z)$ とマルチパルス駆動関数 $x(n)$ を同時に推定することが必要となる。

例えば、Fig. 1 に示すように、マルチパルス系列 $x(n)$ が、時刻 τ_1, τ_2 に入力する二つのパルス $\delta(n-\tau_1)$ と、 $\delta(n-\tau_2)$ を持ち、各パルスの振幅を A_1, A_2 で表すと、観測波形 $y(n)$ の z 変換 $Y(z)$ は、

$$Y(z) = (A_1 z^{-\tau_1} + A_2 z^{-\tau_2}) / A(z) \\ = A_1 z^{-\tau_1} \{1 + (A_2/A_1) z^{-(\tau_2-\tau_1)}\} / A(z)$$

となる。このように $Y(z)$ は、全極モデル $1/A(z)$ の極のみならず、零点を持つため、ARMA モデルで表される。しかも、MA 項の次数 $(\tau_2-\tau_1)$ は、駆動パルス間の入力時刻の差に依存し、非常に高くなる可能性もある。また、パルスの入力していない区間に相当する MA 項の係数は、零であるという制約を加えて ARMA 分析を行う必要がある。このように、全極モデルのパラメータとマルチパルス系列 $x(n)$ の各パルスの振幅・位置すべて未知数とおき、同時に推定することは、 τ_i に関して極度に非線形性の高い問題となるため、通常の ARMA 分析法²⁾ を用いても、膨大な計算量を必要とするばかりでなく、安定に推定結果を得ることが困難となる。そこで、この問題を解決するため、従来、次の二つの手法が用いられていた。

(a) マルチパルスの各パルスの位置を仮想的に設定

* Simultaneous estimation of all-pole transfer system and multiple excitation pulses from autoregressive process driven by multi-pulse.

** Hiroshi Kanai (Education Center for Information Processing, Tohoku University, Sendai, 980)

*** Masato Abe, Shozo Makino and Ken'iti Kido (Research Center for Applied Information Sciences, Tohoku University, Sendai, 980)

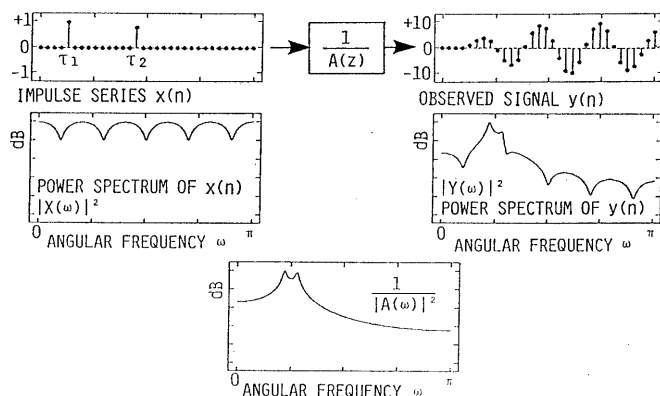


Fig. 1 When the driving series, $x(n)$, has more than one pulse, the response, $y(n)$, of the all-pole system is represented by an ARMA model because $x(n)$ is an all-zero model. In the graphs of the power spectra throughout the paper, the vertical axis scale is: 1 unit equals 20 dB.

し、Prony の方法を利用して得られる線形方程式を解いて、伝達系の特性を求める³⁾。次に、マルチパルス系列のパルス入力時点を逐次変更して、同様に伝達系の特性を求め、それらを推定する際の整合残差パワーが最小となるパルス位置をマルチパルスの真の位置と決め、そのパラメータの値から、最適な全極モデルのパラメータを推定する。この方法はパルス数が少ない場合は簡単に適用できるが、パルス数が多い場合には、パルス位置の仮想的な設定の組み合わせ、すなわち、計算の反復回数が、膨大な数にのぼってしまう。例えば、時系列の長さが $N=16$ と非常に短い場合においても、パルス数 L が、8 又は 9 のときには、繰り返し回数は、 $nCL=12,870$ 回と大きくなり、計算時間は現実的ではなくなる。

(b) そこで、音声合成の分野では、Atal らが原観測信号 $y(n)$ と合成した信号 $\hat{y}(n)$ との誤差パワーを最小にするように入力パルスを逐次的に一つずつ増加させながらパルスの入力時刻・振幅を決定していく A-b-S (analysis-by-synthesis) 方法を提案した⁴⁾。音声合成に関しては、処理効率と合成音声の音質の点から十分な成果が上げられているが、この方法によるスペクトルの推定結果は、あくまでも準最適解にとどまる。

そこで本論文では、マルチパルス系列 $x(n)$ で駆動された全極型システムの応答 $y(n)$ から、全極型システム $1/A(z)$ と入力パルス系列 $x(n)$ を、同時に最適に推定するための定式化を提案し、計算機シミュレーションによってその正当性を示す。本手法は、音声合成、音声認識、機械振動の分析、経済モデルの分析など多方面への応用が期待できる。

2. 本手法の原理

今、マルチパルス駆動系列 $x(n)$ が L 個のインパルス

$$x(n) = \sum_{i=1}^L A_i \cdot \delta(n - \tau_i) \quad (1)$$

ただし、

$$\delta(n) = \begin{cases} 1 & (n=0) \\ 0 & (n \neq 0) \end{cases}$$

また、 A_i , τ_i は、 i 番目のパルスの振幅と入力時刻を示す。この駆動インパルス系列 $x(n)$ が、 M 次の全極型システム $1/A(z)$ を駆動した場合、出力として得られる観測信号 $y(n)$ は次式で表される。

$$y(n) = - \sum_{m=1}^M a_m \cdot y(n-m) + x(n) \quad (2)$$

ここで、 $\{a_m\}$ は、線形予測係数を表す。また、 M 次の全極型システム $1/A(z)$ は、次式で表される。

$$\frac{1}{A(z)} = \frac{1}{\sum_{m=0}^M a_m z^{-m}} \quad (a_0=1) \quad (3)$$

一般に、全極モデルがマルチパルス $x(n)$ により駆動される場合、まえがきにおいて述べた理由によって、線形予測係数 $\{a_m\}$ を推定することが、非常に困難となる。そこで、本論文では、全極モデルとマルチパルス駆動系列を同時に推定するために、以下のような方法を提案する (Fig. 2 参照)。

まず、(2) 式の駆動信号 $x(n)$ は、観測信号 $y(n)$ と、未知パラメータ $\{a_m\}$ の線状畳み込みによって、次式で表される。

$$x(n) = \sum_{m=0}^M a_m \cdot y(n-m) \quad (4)$$

また、 $x(n)$ の離散的逆フーリエ変換 [IDFT] を $d(k)$ と置くと、これは次式で表される。

$$\begin{aligned} d(k) &= \text{IDFT}[x(n)] \\ &= \sum_{n=0}^{N-1} x(n) \exp(j2\pi nk/N) \end{aligned} \quad (5)$$

ここで、 $j^2 = -1$ 。また、 N は、 $y(n)$ の信号長を表す。

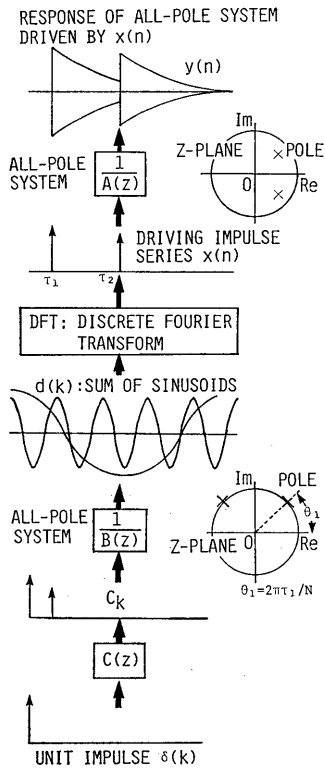


Fig. 2 Principle of the proposed method.

(5)式に(1)式の $x(n)$ を代入することにより $d(k)$ は、

$$d(k) = \sum_{i=1}^L A_i \cdot \exp(j2\pi\tau_i k/N) \quad (6)$$

となる。以上から、マルチパルス駆動信号 $x(n)$ を通常の周波数スペクトル(線スペクトル)と見なして、その逆フーリエ変換を行って得られる系列 $d(k)$ は、複素正弦波の和によって表されることになる。このときの複素正弦波の周波数 τ_i と、振幅 A_i は、おのこの i 番目の駆動パルスの入力時刻と振幅に対する。従って、 $d(k)$ の z 変換 $D(z)$ は、次のように $(L, L-1)$ 次の極零モデルで表すことができる⁵⁾。

$$D(z) = C(z)/B(z) \quad (7)$$

ここで

$$C(z) = \sum_{k=0}^{L-1} c_k \cdot z^{-k}$$

$$B(z) = \sum_{k=0}^L b_k \cdot z^{-k}$$

(6)式において、 $d(k)$ は L 個の複素正弦波の和により表されたから、 $D(z)$ の極、すなわち、 $B(z)=0$ の根 β_i は、 $\exp(j2\pi\tau_i/N)$ に等しく、減衰項を持たず、絶対値1で、 z 平面の単位円上に存在する。これより、(7)式の $D(z)$ の分母 $B(z)$ は、 $x(n)$ のパルスの入力時刻 $\{\tau_i\}$ の情報のみを含むことが分かる。従って、もし、多項式 $B(z)$ の係数 $\{b_i\}$ を同定できれば、パルスの位置 $\{\tau_i\}$

を決定できる。そのため、(i)一般的な場合と、(ii)パルス入力時刻が離散的標本点上に制限されている場合おののに関して、以下のような手順によって未知パラメータである2種の線形予測係数 $\{a_m\}, \{b_i\}$ を推定する。

(i) 一般的な場合

(7)式から $C(z)$ は、次式により表される。

$$C(z) = D(z)B(z) \quad (8)$$

この式を時間領域で考えると、有限個の係数からなる系列 c_k は、 $d(k)$ と $\{b_i\}$ の線状畳み込みによって、次のように表される。

$$c_k = \sum_{i=0}^L b_i d(k-i) \quad (8')$$

更に、(7)式から分かるように、 c_k は、長さ L の有限長であるため、区間 $L \leq k < N$ に対しては、次式が成立する。

$$c_k = e(k) \text{ for } L \leq k < N \quad (9)$$

ここで、 $e(k)$ は、残差項である。もし、(1)~(2)式のモデルが、観測信号 $y(n)$ を正確に表しているならば、 $e(k)$ は、区間 $L \leq k < N$ に対して、零となる。そこで、次式で定義される残差項 $e(k)$ のパワーを区間 $L \leq k < N$ において最小化することによって、未知パラメータである2種の線形予測係数 $\{a_m\}, \{b_i\}$ を同時に求めることができる。

$$\begin{aligned} \alpha(\{a_m\}, \{b_i\}) &= \sum_{k=L}^{N-1} |e(k)|^2 \\ &= \sum_{k=L}^{N-1} |c_k|^2 \rightarrow \text{最小化} \end{aligned} \quad (10)$$

更に、 c_k は、(5)式を(9)式に代入することにより、次のように表すことができる。

$$c_k = \sum_{i=0}^L b_i \sum_{n=0}^N x(n) \exp(j2\pi n(k-i)/N)$$

更に、(4)式を代入することにより、 c_k は、

$$c_k = \sum_{i=0}^L \sum_{n=0}^{N-1} \sum_{m=0}^M a_m b_i y(n-m) \exp(j2\pi n(k-i)/N) \quad (11)$$

となる。従って、(10)式の整合残差パワーは、観測信号 $y(n)$ と、未知パラメータ $\{a_m\}, \{b_i\}$ によって、表すことができる。

(ii) パルス入力時刻が離散的標本点上に制限されている場合

一般に L 個の複素正弦波からなる決定論的過程 $d(k)$ は、複素係数 $\{b_i\}$ からなる次の L 次の差分方程式によって表すことができる⁵⁾。

$$d(k) = - \sum_{i=1}^L b_i \cdot d(k-i) \quad (12)$$

もし、駆動パルスの入力時刻 $\{\tau_i\}$ が、 $x(n)$ の離散的な標本点上のみに制限されているときには、複素正弦波の周波数 τ_i が、0 から $(N-1)$ の間の整数の値をとる。そのため、対応する正弦波の周期は、 N の(整数分の

1) となり、 $d(k)$ は完全な周期をもち、 $k=N-1$ と $k=0$ 間における連続性も保持される。従って、(9)式の場合と同様に、(1)式、(2)式のモデルが観測信号 $y(n)$ を正確に表しているならば、(12)式の $d(k)$ は、次のように $\{b_i\}$ との円状 (環状) 畳み込みによって、 $0 \sim N-1$ の N 個の全標本点に関して完全に零にすることができる。

$$\sum_{i=0}^L b_i \cdot d(k_i) = 0 \quad (k=0, 1, 2, \dots, N-1) \quad (13)$$

ここで、

$$k_i = \begin{cases} k-i & \text{for } k \geq i \\ k-i+N & \text{for } k < i \end{cases}$$

従って、先の(10)式の残差パワー $\alpha(\{a_m\}, \{b_i\})$ は、駆動パルスの入力時刻 $\{\tau_i\}$ が、 $x(n)$ の離散的な標本点上に制限されている場合には、 N 個の残差項を用いて次のように再定義できる。

$$\alpha(\{a_m\}, \{b_i\}) = \sum_{k=0}^{N-1} \left| \sum_{i=0}^L b_i \cdot d(k_i) \right|^2 \rightarrow \text{最小化} \quad (14)$$

以上のように、(10)式又は、(14)式において、定義された残差パワー $\alpha(\{a_m\}, \{b_i\})$ を a_m, b_i に関して同時に最小化することによって、全極型システムのパラメータ $\{a_m\}$ と、パルスの入力時点に関するパラメータ $\{b_i\}$ を推定することができる。

更に、複素係数 $\{b_i\}$ が求まったところで、 $B(z)$ の極 $\{\beta_i = \exp(j2\pi\tau_i k/N)\}$ は、次の多項式を解くことにより決定できる。

$$\begin{aligned} B(z) &= \sum_{i=1}^L b_i z^{-i} \\ &= \prod_{i=1}^L (1 - \beta_i z^{-1}) = 0 \end{aligned} \quad (15)$$

得られた根 $\{\beta_i\}$ は、絶対値が $|\beta_i|=1$ 、位相が $\angle\beta_i = 2\pi\tau_i/N$ であるから、 $B(z)$ の解の位相情報からパルス位置 τ_i を次式に基づいて決定できる。

$$\tau_i = N \cdot \tan^{-1}(\text{Im}\{\beta_i\} / \text{Re}\{\beta_i\}) / 2\pi \quad (16)$$

パルス位置が決定されたから、この $\{\tau_i\}$ と $\{a_m\}$ の推定値を用いることにより、観測信号 $y(n)$ は、次のように記述できる。

$$y(n) = \sum_{i=1}^L A_i \cdot y_i(n) + \eta(n) \quad (17)$$

ここで、 $y_i(n)$ は、時刻 τ_i において、一つの単位インパルスによって駆動された全極モデルの応答を示し、次式で表される。

$$y_i(n) = - \sum_{m=1}^M a_m \cdot y_i(n-m) + \delta(n-\tau_i) \quad (18)$$

また、(17)式の $\eta(n)$ は、残差項を表す。ここで、次の誤差パワー $\gamma(\{A_i\})$ を導入し、最小化することを考える。

$$\begin{aligned} \gamma(\{A_i\}) &= \sum_{n=0}^{N-1} |\eta(n)|^2 \\ &= \sum_{n=0}^{N-1} \left| y(n) - \sum_{i=1}^L A_i \cdot y_i(n) \right|^2 \rightarrow \text{最小化} \end{aligned} \quad (19)$$

L 個のパルスの振幅 $\{A_i\}$ の値は、上式の誤差パワーの A_i に関する1階の導関数を零とおくことにより得られる線形の正規方程式を、1回解くことによって決定できる³⁾。

以上のように、観測波形に関して、整合残差パワー α を定義し、このパワー α を $\{a_m\}, \{b_i\}$ に関して同時に最適化すれば、厳密な意味で、マルチパルスモデルの駆動入力 (のパルスの入力時刻とその振幅) と、全極モデルのシステム特性を同時に決定できる。

3. 整合方法

(10)と(14)式から分かるように、整合残差パワー α は、未知パラメータである $\{a_m\}$ と $\{b_i\}$ に関する4次式で表現されている。そのため、整合残差パワーの最小化には、非線形の最小2乗法が必要となる。しかし、非線形の最小2乗問題としては、これらの4次式は、最も非線形性の低く、後述のシミュレーション実験で明らかとなるように、パラメータ推定の際の安定性と効率は良好である。次に整合の際の具体的方法を述べる。

3.1 初期値の設定法

非線形の最小2乗法においては、初期値の選択が重要となる。未知パラメータ $\{a_m\}, \{b_i\}$ の初期値は、おのおの次の手順により設定する。

まず、全極モデルのパラメータ $\{a_m\}$ の初期値 $\{a_{m0}\}$ は、観測信号 $y(n)$ に関して通常の線形予測分析 (共分散法) を適用して得られた線形予測係数を、近似的に $\{a_{m0}\}$ と定める。又は、 $y(n)$ の共分散行列を固有値展開して得られた、固有値最小の固有ベクトルを $\{a_{m0}\}$ と定めることもできる。

次に、マルチパルスの入力時刻のパラメータ $\{b_i\}$ の初期値 $\{b_{i0}\}$ は、次のように設定する。上記で得られた $\{a_{m0}\}$ を用いて、観測信号 $y(n)$ に対し、(4)式に基づき逆フィルタリングを行って、駆動系列の初期推定値 $x_0(n)$ を得る。更に、その逆フーリエ変換を行って $d_0(k)$ を求め、 $d_0(k)$ に関する共分散行列 C_d を計算する。 $d_0(k)$ が複素数列であるから、 C_d はエルミート行列となる。エルミート行列の固有値は、すべて実数であるから、 C_d を固有値展開し、絶対値最小の固有値に対応する固有ベクトルを、初期値 $\{b_{i0}\}$ と定める。

こうして得られた未知パラメータの初期値を用いて、非線形最適化の一つの手法である Marquardt 法^{6),7)} により、(10)式、(12)式で定義される残差パワー α の $\{a_m\}, \{b_i\}$ に関する最小化を行う。

3.2 $B(z)$ の極を単位円上におくための制約条件

マルチパルス駆動信号 $x(n)$ の逆フーリエ変換により得られる系列 $d(k)$ は、(6)式に示すように、複素正弦波の和であるから、 $B(z)$ の根 $\{\beta_i\}$ は、絶対値が1となり、 z 平面では単位円上に存在する。 $B(z)$ の根が単位円上に根を持つための必要十分条件は^{8),9)}、

(a) $B(z)$ の係数 b_i が、共役対称性を満足すること、すなわち、

$$b_i = b_{L-i}^* \text{ for } i=0, 1, 2, \dots, L$$

ここで、* は、複素共役を表す。

かつ

(b) $B(z)$ の z^{-1} に関する一階の偏微分である $B'(z)$ の根が単位円上か単位円内に存在すること、

と表すことができる。しかし、後者の制約条件(b)を導入するためには、残差パワーの最小化の際に、更に複雑な最適化手順が必要となる¹⁰⁾。従って、本論文では、導入が容易である前者の制約条件(a)のみを用いて整合処理を行う。なお、後述のシミュレーション実験において示されるように、後者の制約条件を用いなくとも良好な結果を得ることができる。

3.3 パラメータの次数 M, L の決定の方法

全極モデル $1/A(z)$ と $1/B(z)$ の次数を決定するための一般的と言える方法はない。そこで、Fig. 3 に示した方法を用いて、以下のように全極モデル $1/A(z)$ の次数 M と、全極モデル $1/B(z)$ の次数 L 、すなわち、マルチパルス系列 $x(n)$ のパルスの個数 L を設定する。まず、 M を固定して、 L を変化させ、その各々の場合について最適化を行い、整合残差パワー α の最小値を求める。次に、 M を逐次増やして、上記の処理を行う。

もし、 M が真の次数 M_0 よりも小さい場合には、 M 個のいかなる a_m パラメータを用いて、 $y(n)$ に対して逆フィルタリングを行ったとしても、 $x(n)$ をパルス列として得ることができない。この場合、得られた $x(n)$ は、最適なパラメータを用いた場合においても、 $(M_0 - M)$ 次の全極モデルで表される。このため、この駆動系列 $x(n)$ の推定値の逆フーリエ変換 $d(k)$ を、観測信号の

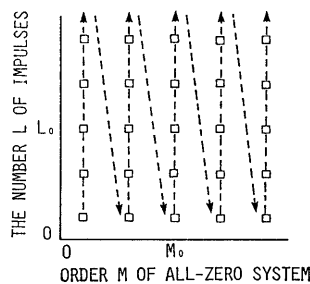


Fig. 3 Optimized residual power $\alpha(M, L)$ is decreased when the order, M , of the all-pole model and the number, L , of impulses are equal to or greater than the respective true values M_0 and L_0 .

長さ N 未満の数の正弦波の和で表すことができず、従って、残差を小さくできない。

次に、 M を逐次増やし、もし M が真の次数 M_0 と等しくなった場合には、最適化を行って、 $\{a_m\}$ として、真のパラメータの値を用いれば、 $y(n)$ に対する逆フィルタリング波形によって、 L 個のパルスからなるパルス列 $x(n)$ を得ることができる。従って、 $x(n)$ の逆フーリエ変換は N 個未満 ($=L$ 個) の正弦波で表すことができる。

以上のように、各 (M, L) の組に対して、非線形最小 2 乗法を適用し、整合残差パワー α を求める。次に上記の順に (M, L) を逐次増加し、整合残差パワー α がある基準 α_0 以下となった初めての (M, L) の組を、真の次数 M と真のパルス数 L と定める。

4. シミュレーション実験

以上の理論を検証するために、計算機シミュレーションを行い、本手法と通常の線形予測分析による推定結果の比較を行う。実験に用いる全極モデルは、スペクトル推定関係の文献でよく使われる次の 4 次のものである^{7),11)}。

$$A(z) = \sum_{m=0}^4 a_m \cdot z^{-m} \quad (20)$$

ここで、

$$\begin{aligned} a_0 &= 1 \\ a_1 &= -2.7607 \\ a_2 &= 3.8106 \\ a_3 &= -2.6535 \\ a_4 &= 0.9238 \end{aligned}$$

である。Fig. 4 に、この全極モデルの特性を示す。この全極モデルは、 $0.98 \exp(\pm j0.69)$ 、 $0.98 \exp(\pm j0.88)$ の四つの極を持つ。これらの極が z 平面上では非常に近くに存在するため、長さ 64 点以下の FFT を用いた分析では、パワースペクトル中の二つのピークを分離することができず、分析の難しい全極モデルの一つである。本手法と線形予測分析の各処理は、大型計算機 IBM 3081-KX6 を用いて、すべて倍精度実数 (指数部 7 bit, 小数部 56 bit) により計算を行った。シミュレーション実験に用いた信号には、雑音は加えていない。また、全極モデルの線形予測係数の推定値 $\{a_m\}$ の推定精度は、次の正規化 2 乗誤差 (NMSE)⁷⁾ によって評価する。

$$\text{NMSE} = \frac{\sum_{m=0}^4 (a_m - \hat{a}_m)^2}{\sum_{m=0}^4 a_m^2} \quad (21)$$

ここで、 \hat{a}_m は、NMSE を最小化するための定数である。

例 1

まず、次の 2 個のパルスを持つ、長さ 32 点の駆動系

列 $x(n)$ を考える。

$$x(n) = \sum_{i=1}^2 A_i \cdot \delta(n - \tau_i) \quad (n=0, 1, 2, \dots, 31) \quad (22)$$

ここで、

パルス位置 $\tau_1=1$ 振幅 $A_1=0.8$

$\tau_2=5$ $A_2=0.64$

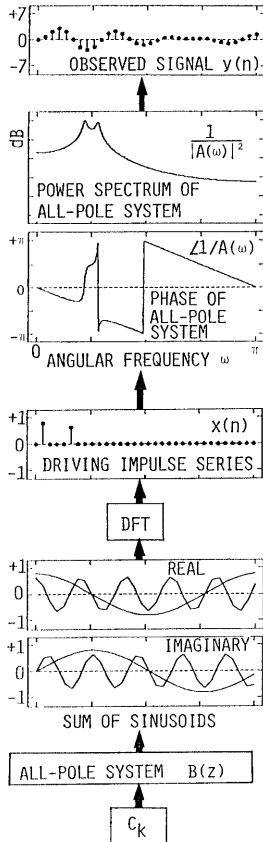


Fig. 4 Computer generated signal of each part of the proposed model. The length of the observed signal, $y(n)$, is 32 points.

シミュレーション実験に用いた観測信号 $y(n)$ の長さも、32 点である。また、Fig. 2 に対応する各部分の信号波形を Fig. 4 に示す。

全極モデルの次数を $M=4$ とし、(a) 通常の線形予測分析(共分散法)と、(b) 観測信号 $y(n)$ の共分散行列の固有値展開とによって、おのおの推定された全極モデルの特性と、それらの線形予測係数の推定値を用いて逆フィルタリングにより推定した駆動信号 $x(n)$ を Fig. 5 (a), (b) に示す。共分散法と、観測信号の共分散行列の固有値展開の各々の方法によって得られた、全極モデルのパラメータ $\{a_m\}$ の推定精度は、おのおの -3.13 dB, -7.93 dB であり、このような通常的手法では、全極モデルを精度よく求めることが非常に困難であることが分かる。更に、推定された入力系列 $x(n)$ においては、真のパルス以外にも多数パルスが現れている。それに対して、全極モデルの次数を $M=4$, パルスの個数を $L=2$ とし、上記の共分散行列の固有値展開で得られた $\{a_m\}$ と、 $x(n)$ の逆フーリエ変換で得られた系列 $d(k)$ の共分散行列の固有値展開から計算した $\{b_i\}$ を初期値と設定して、本手法によって推定した結果を Fig. 5(c) に示す。Marquardt 法を用いた非線形最小 2 乗法における反復回数は、収束までに 10 回を要し、伝達系の推定精度は、NMSE で評価して -277 dB にまで改善された。なお、(10) 式の整合残差パワーは、未知パラメータの初期値 $\{a_{m0}\}, \{b_{i0}\}$ に対しては、 0.570 ($= -2.44$ dB) と大きかったが、反復終了時には 0.802×10^{-27} ($= -271$ dB) にまで減少した。このように本手法によって、パルス位置、パルスの振幅共にほぼ完全に求めることができた。

例 2

次に、Fig. 6(a-1) に示す 8 個のパルスを持つマルチパルス系列 $x(n)$ に関する実験を行う。全極モデルの応答 $y(n)$ は、Fig. 6(a-2) に示すように、長さ 16 点であ

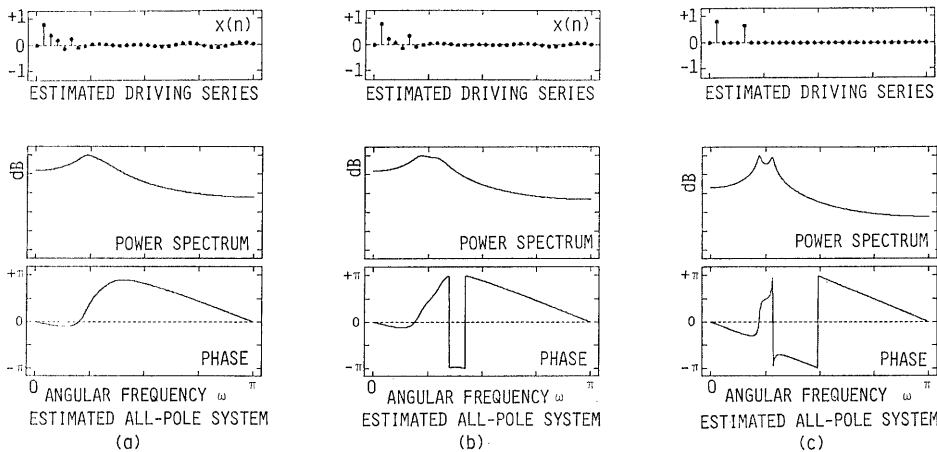


Fig. 5 The estimated spectra of the all-pole system and the driving series obtained from the inverse filtering. (a) the covariance method; (b) eigen-value decomposition; (c) the proposed method.

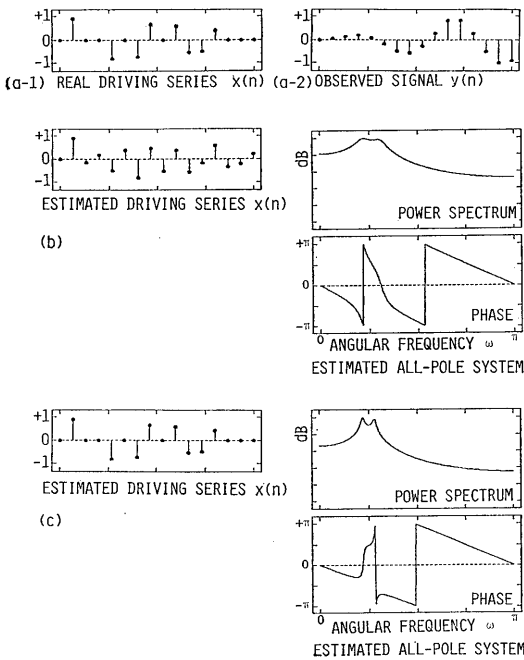


Fig. 6 The estimated spectra of the all-pole system and the driving series obtained from the inverse filtering. (a-1) true driving series $x(n)$, (a-2) observed signal $y(n)$, (b) estimated by using eigenvalue decomposition, (c) estimated by using the proposed method.

Table 1 Optimized residual power $\alpha(M, L)$ for various values of (M, L) . The real values of M and L are 4 and 8, respectively.

$L=12$	-0.3	-2.7	19.4	7.7	4.2	-4.2
11	6.6	-6.5	9.4	-10.7	-4.6	-5.0
10	-2.0	-9.9	3.7	-24.1	-14.3	-1.4
9	17.1	-2.3	0.3	-319.3	-4.2	-9.6
8	24.9	3.1	-49.1	-298.7	-28.8	-26.1
7	16.9	-7.8	-36.9	-39.6	-19.9	-24.9
6	21.9	-18.5	-31.9	-15.3	-13.1	-22.8
5	20.6	-7.9	-11.5	-12.5	-10.4	-12.6
4	22.4	-20.9	-30.9	-16.0	-7.7	-14.2
3	24.7	-5.2	-2.1	-2.3	2.6	-0.2
2	28.4	15.9	8.0	9.8	10.3	7.6
1	32.2	15.9	14.1	12.1	12.5	12.6
	$M=1$	$M=2$	$M=3$	$M=4$	$M=5$	$M=6$

る。Fig. 6(b)は、 $y(n)$ の共分散行列の固有値展開によって得られた全極モデルと、駆動信号の推定値 $\hat{x}(n)$ を示す。線形予測係数 $\{a_m\}$ の推定精度は、 -9.34 dBにとどまり、また、駆動パルス列の推定値 $\hat{x}(n)$ においては、本当はパルスが入力していない時刻のほとんどの標本点に関しても、擬似パルスが生成されている。

それに対して、上で得られた $\{a_m\}$ と、 $x(n)$ から計算された $\{b_i\}$ を初期値として、全極モデルの次数を $M=4$ 、パルスの個数を $L=8$ に設定して、本手法により得られた推定結果をFig. 6(c)に示す。非線形最小2乗法における反復回数は、27回であった。 $\{a_m\}$ パラメータの推定精度は、 -243 dBと改善され、マルチパル

ス駆動系列 $x(n)$ もほぼ完全に推定されている。このように、パルスの個数が多い場合においても、例1と同様、本手法により満足できる結果が得られた。

更に、本手法によって、全極モデルの次数 M と、パルス系列のパルス数 L の設定が正しく行えることを示すために、Fig. 6(a-2)の観測信号に関して、 (M, L) 組を様々に変化させ、おのおのに対して本手法による整合の様子を調べた。得られた最小化残差パワー $-\alpha(M, L)$ をデシベル値でTable 1に示す。 $M=4, L=8, 9$ において残差パワーが急激に小さくなっている。従って、前節で述べた方法によれば、 $M=4, L=8$ と共に、真の次数、真のパルス数を選択できる。

5. 結 論

マルチパルス系列を線スペクトルと見なせば、その逆フーリエ変換が正弦波の和であるから、絶対値1の極を持つ全極モデルで再び表される。この性質に基づいて、非線形性を低く保ち、かつ全極モデルと駆動パルスの入力時刻・振幅に関する未知パラメータの数を最小限に押えたままで、マルチパルス系列によって駆動された全極モデルの応答系列から、全極モデルと駆動パルス系列を同時に厳密に推定するための定式化方法の提案を行った。最後に、計算機シミュレーションによって、この理論の有効性を確かめた。今後は、雑音が重畳する場合に関して、本論文の定式化を拡張し、実際の信号の分析へ応用する予定である。

謝 辞

日頃からお世話になる東北大学情報処理教育センター川添良幸助教授に感謝します。

文 献

- 1) J. D. Markel and A. H. Gray, Jr., *Linear Prediction of Speech* (Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, 1976).
- 2) G. E. P. Box and G. M. Jenkins, *Time Series Analysis Forecasting and Control* (Holden-Day, Oakland, 1976).
- 3) H. Kanai, M. Abe and K. Kido, "Detection of slight defects in ball bearings by non-periodic analysis," *J. Acoust. Soc. Jpn. (E)* 7, 219-228 (1986).
- 4) B. S. Atal and J. R. Rembe, "A new model of LPC excitation for producing natural sounding speech at low bit rates," *IEEE ICASSP 82*, S5.10, 614-617 (1982).
- 5) S. M. Kay and S. L. Marple, Jr., "Spectrum analysis a modern perspective," *Proc. IEEE* 69, 1380-1419 (1981).
- 6) S. L. S. Jacoby, J. S. Kowalik and J. T. Pizzo, *Iterative Method for Non-Linear Optimization Problems* (Prentice Hall, Englewood Cliffs, 1972).
- 7) H. Kanai, M. Abe and K. Kido, "Accurate autoregressive spectrum estimation at low signal-to-noise ratio using a phase matching technique," *IEEE Trans. Acoust. Speech Signal Process. ASSP-35*, No. 3, 1264-1272 (1987).
- 8) R. Kumaresan, L. L. Scharf and A. K. Shaw, "An algorithm for pole-zero modeling and spectral analysis," *IEEE Trans. Acoust. Speech Signal Process. ASSP-34*, No. 3, 637-640 (1986).
- 9) E. I. Jury, *Theory and Application of the z-Transform* (John Wiley and Sons, Inc., New York, 1964).
- 10) V. Ramachandran, "Direct design of recursive digital filters based on a new stability test," *J. Franklin Inst.* 318, 407-414 (1984).
- 11) S. M. Kay, "Noise compensation for autoregressive spectral estimators," *IEEE Trans. Acoust. Speech Signal Process. ASSP-28*, No. 3, 292-303 (1980).