2015 年 3 月実施
問題 1　電磁気学
(1 頁目／3 頁中)

時刻$t=0$において，Fig.1 のように，真空（誘電率ε_0，透磁率μ_0)中のxy面上に，辺の長さa,b，巻数nの長方形のコイルがある．コイルの両端は開放端となっており，端子 1，2 間に発生する誘導起電力（端子 1 に対する端子 2 の電圧）をUとする．以下の問に答えよ．なお，コイルの導体損失は無視できるとする．

(1) コイルがxy面上に固定された状態で，磁界($H_x=0$，$H_y=0$，$H_z=H_{z0}\cos\omega_1 t$)が印加されている．このときコイルの両端に生じる起電力Uを求めよ．

(2) コイルがxy面上に固定された状態で，磁界($H_x=H_{x0}\cos\omega_1 t$，$H_y=0$，$H_z=0$)が印加されている．このときコイルの両端に生じる起電力Uを求めよ．

(3) 静磁界($H_x=H_{x1}$，$H_y=0$，$H_z=0$)が印加された状態で，コイルが，y軸を中心に，$-y$軸方向から見て反時計回りに，角速度ω_2で回転している．このときコイルの両端に生じる起電力Uを求めよ．

(4) 磁界($H_x=H_{x2}\cos\omega_2 t$，$H_y=0$，$H_z=0$)が印加された状態で，コイルが，y軸を中心に，$-y$軸方向から見て反時計回りに，角速度ω_2で回転している．このときコイルの両端に生じる起電力Uを求めよ．

2015 年 3 月実施
問題 1　電磁気学

At time $t=0$, a rectangular n turn coil with sides a and b is in the xy plane in a vacuum (permittivity ε_0, permeability μ_0) as shown in Fig.1. Both ends of the coil are open circuits and the induced electromotive force (the voltage of terminal 2 with respect to terminal 1) is U. Answer the following questions. The conductor loss of the coil can be ignored.

(1) The coil is placed in the xy plane and a magnetic field ($H_x=0$, $H_y=0$, $H_z=H_{z0}\cos\omega_1 t$) is applied. Find the induced electromotive force U generated between the terminals of the coil.

(2) The coil is placed in the xy plane and a magnetic field ($H_x=H_{x0}\cos\omega_1 t$, $H_y=0$, $H_z=0$) is applied. Find the induced electromotive force U generated between the terminals of the coil.

(3) A static magnetic field ($H_x=H_{x1}$, $H_y=0$, $H_z=0$) is applied and the coil is rotated around the y axis with angular velocity ω_2. The rotation direction of the coil is counterclockwise as seen from the $-y$ direction. Find the induced electromotive force U generated between the terminals of the coil.

(4) A magnetic field ($H_x=H_{x2}\cos\omega_2 t$, $H_y=0$, $H_z=0$) is applied and the coil is rotated around the y axis with angular velocity ω_2. The rotation direction of the coil is counterclockwise as seen from the $-y$ direction. Find the induced electromotive force U generated between the terminals of the coil.

2015 年 3 月実施
問題 1　電磁気学
(3 頁目／3 頁中)

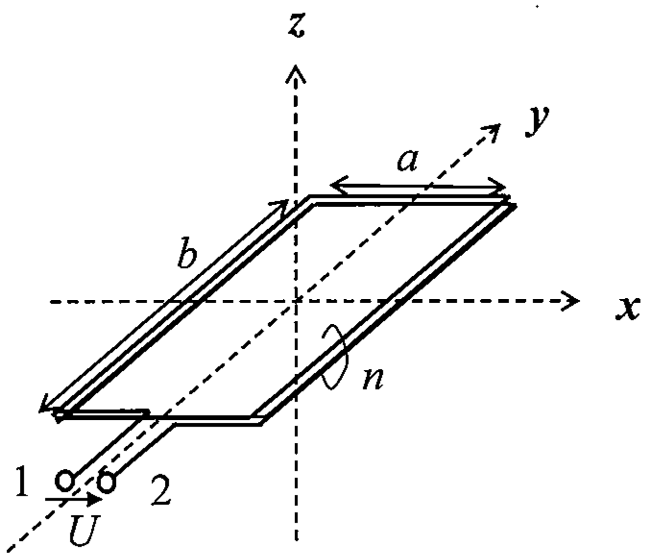

Fig.1

2015 年 3 月実施
問題 2　電気回路
（1 頁目／2 頁中）

(1) K 行列が以下のように与えられる 2 端子対回路の出力端を短絡および開放した場合の，回路の入力インピーダンス Z_{short} および Z_{open} を与える式を各々示せ.

$$K=\begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix}$$

(2) 特性インピーダンス R，伝搬定数 $j\beta$ を有する長さ l の無損失ケーブルを 2 端子対回路に見立てた場合の K 行列は，以下で与えられる.

$$K=\begin{bmatrix} \cos\beta l & jR\sin\beta l \\ \dfrac{j}{R}\sin\beta l & \cos\beta l \end{bmatrix}$$

ある同軸ケーブルの出力端を短絡および開放し，周波数 100MHz で測定したケーブルの入力インピーダンスは各々 $j50\Omega$，$-j50\Omega$ であった．このケーブルの 100MHz での特性インピーダンスの値を求めよ.

(3) 問(2)のケーブルの単位長さあたりのインダクタンスと容量は，周波数 100MHz において各々，0.25μH/m，100pF/m であった．このケーブルの周波数 100MHz での伝搬定数 $j\beta$ の値を求めよ．また，ケーブル内を電気信号が伝わる速度(位相速度)を求めよ.

(4) 問(2)の場合において，ケーブルの長さを求めよ.

2015 年 3 月実施
問題 2　電気回路
(2 頁目／2 頁中)

(1) Give the input impedances Z_{short} and Z_{open} of a two-terminal pair circuit whose K-matrix is given below, when the output terminals of the circuit are shorted and opened, respectively.

$$K = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix}$$

(2) The K-matrix for a lossless cable having a characteristic impedance R, a propagation constant $j\beta$, and a length l is given below, when the cable is regarded as a two-terminal pair circuit.

$$K = \begin{bmatrix} \cos\beta l & jR\sin\beta l \\ \dfrac{j}{R}\sin\beta l & \cos\beta l \end{bmatrix}$$

The input impedances for a coaxial cable measured at 100 MHz when its output terminals are shorted and opened are $j50\ \Omega$ and $-j50\ \Omega$, respectively. Calculate the characteristic impedance of the cable at 100 MHz.

(3) The inductance and capacitance per unit length for the cable in question (2) were 0.25μ H/m and 100 pF/m at 100 MHz, respectively. Calculate the propagation constant $j\beta$ of the cable at 100 MHz. Calculate the velocity (phase velocity) with which an electrical signal propagates in the cable.

(4) In the case of question (2), calculate the length of the cable.

2015 年 3 月実施
問題３　情報基礎１
（１頁目／１頁中）

$\wedge$ は論理積演算, $\vee$ は論理和演算, $\overline{}$ は否定演算を表すとする. $x_1, x_2, \ldots, x_n \in \{0,1\}$ とする. n 変数論理関数 $f(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ の変数を任意に置換しても f が変化しないとき, f は対称であるという. 任意の n 変数論理関数 $f(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ の双対関数は $\overline{f(\overline{x_1}, \overline{x_2}, \ldots, \overline{x_n})}$ で与えられる. $f(x_1, x_2, \ldots, x_n) = \overline{f(\overline{x_1}, \overline{x_2}, \ldots, \overline{x_n})}$ であるとき, f は自己双対であるという. 以下の問に答えよ.

(1) 次の論理関数 f_1, f_2, f_3, f_4 それぞれについて, 真理値表を示し, 対称であるか否か, 自己双対であるか否かを判定せよ.
   - (a) $f_1(x_1, x_2, x_3) = \overline{x_1} \wedge \overline{x_2} \wedge \overline{x_3}$
   - (b) $f_2(x_1, x_2, x_3) = x_1 \wedge \overline{x_2} \wedge \overline{x_3}$
   - (c) $f_3(x_1, x_2, x_3) = (x_1 \wedge \overline{x_2} \wedge \overline{x_3}) \vee (\overline{x_1} \wedge x_2 \wedge \overline{x_3}) \vee (\overline{x_1} \wedge \overline{x_2} \wedge x_3)$
   - (d) $f_4(x_1, x_2, x_3) = f_1(x_1, x_2, x_3) \vee f_3(x_1, x_2, x_3)$

(2) 次の命題それぞれについて, 真か偽かを判定し, その根拠を示せ.
   - (a) 論理関数 f が対称ならば, f の双対関数も対称である.
   - (b) 対称な n 変数論理関数の個数は全部で 2^{n+1} である.
   - (c) n が奇数のとき, 対称かつ自己双対な n 変数論理関数の個数は全部で $2^{(n+1)/2}$ である.

Let $\wedge$, $\vee$, and $\overline{}$ denote the AND, OR, and NOT operators, respectively. Consider $x_1, x_2, \ldots, x_n \in \{0,1\}$. An n-variable Boolean function $f(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ is symmetric if it is unchanged by any permutation of its variables. The dual function of an n-variable Boolean function $f(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ is given by $\overline{f(\overline{x_1}, \overline{x_2}, \ldots, \overline{x_n})}$. A Boolean function f is self-dual if $f(x_1, x_2, \ldots, x_n) = \overline{f(\overline{x_1}, \overline{x_2}, \ldots, \overline{x_n})}$. Answer the following questions.

(1) For each of the following Boolean functions f_1, f_2, f_3, and f_4, write a truth table, and determine whether it is symmetric, and whether it is self-dual.
   - (a) $f_1(x_1, x_2, x_3) = \overline{x_1} \wedge \overline{x_2} \wedge \overline{x_3}$
   - (b) $f_2(x_1, x_2, x_3) = x_1 \wedge \overline{x_2} \wedge \overline{x_3}$
   - (c) $f_3(x_1, x_2, x_3) = (x_1 \wedge \overline{x_2} \wedge \overline{x_3}) \vee (\overline{x_1} \wedge x_2 \wedge \overline{x_3}) \vee (\overline{x_1} \wedge \overline{x_2} \wedge x_3)$
   - (d) $f_4(x_1, x_2, x_3) = f_1(x_1, x_2, x_3) \vee f_3(x_1, x_2, x_3)$

(2) Determine whether each of the following assertions is true or false, and justify your answer.
   - (a) If a Boolean function f is symmetric, the dual function of f is also symmetric.
   - (b) The total number of n-variable Boolean functions which are symmetric is 2^{n+1}.
   - (c) For an odd integer n, the total number of n-variable Boolean functions which are symmetric and self-dual is $2^{(n+1)/2}$.

2015 年 3 月実施
問題 4　情報基礎 2
(1 頁目／2 頁中)

重複しない非負整数の集合を保持するハッシュ表を考える．なお，ハッシュ値の衝突に備え，非負整数はハッシュ値毎の連結リストに格納することとする．また a を b で割ったときの剰余を $a \bmod b$ と表す．以下の問に答えよ．

(1) Fig.4 に，ハッシュ関数として $h(x) \equiv x^2 \bmod 5$ を用い，非負整数 1,3,4,5 を順に挿入した大きさ B (B=5) のハッシュ表Aを示す．NULL は連結リストの終端を表している．このハッシュ表Aに非負整数 6 を挿入する場合の手順を説明し，その結果を図示せよ．

(2) あるハッシュ表に非負整数 x が格納されているかどうかを判定する際の，最良のケース，最悪のケース，および平均的なケースを説明せよ．また，それぞれの時間計算量をO記法で示せ．なお，ハッシュ表の大きさをB，ハッシュ表に格納されている非負整数の個数をMとし，ハッシュ関数の時間計算量はO (1)であると仮定せよ．

(3) 2 つの関数 $h_1(x) \equiv 2x \bmod 8$ と，$h_2(x) \equiv 3x \bmod 8$ を比べたとき，どちらがハッシュ表に用いるハッシュ関数として優れているかを説明せよ．

Consider a hash table which stores a set of unique non-negative integers. To take care of collisions of hash values, a non-negative integer is stored in a linked list for each hash value. The reminder of the division of a by b is expressed as $a \bmod b$. Answer the following questions.

(1) Fig.4 shows a hash table A of size B (B=5) which uses a hash function $h(x) \equiv x^2 \bmod 5$ and stores non-negative integers 1,3,4,5 sequentially. NULL denotes the end of a linked list. Outline a procedure to insert the non-negative integer 6 into the hash table A, and illustrate the result.

(2) Explain the best-case, worst-case and average-case situations when determining if a non-negative value x is stored in a hash table or not. Also give in O notation the computational complexities of these cases. Here, let B be the table size and M be the number of non-negative integers stored in the hash table, and assume the computational complexity of the hash function is O (1).

(3) When comparing 2 functions $h_1(x) \equiv 2x \bmod 8$ and $h_2(x) \equiv 3x \bmod 8$, explain which is better for the hash function used by a hash table.

2015 年 3 月実施
問題 4　情報基礎 2
(2 頁目／2 頁中)

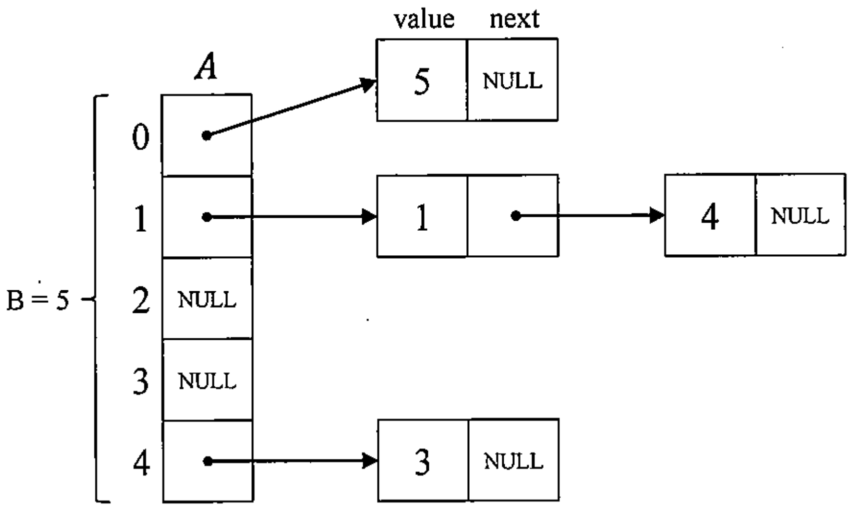

Fig. 4

2015 年 3 月実施
問題 5　物理基礎 1
(1 頁目／2 頁中)

Fig. 5 に示すように，半径a，質量Mの均質な円板からなる振り子を考える．振り子の回転軸は円板の面に垂直で，円板の中心Oからh $(0 < h < a)$だけ離れた円板上の点Pにある．円板の厚みおよび回転軸の直径は無視することができる．また空気抵抗や振り子の回転軸での摩擦も無視することができる．重力加速度をgとする．以下の問に答えよ．

(1) 円板の中心Oを通り円板の面に垂直な軸まわりの慣性モーメントが$\frac{1}{2}Ma^2$で与えられることを示せ．

(2) 振り子の点Pにある回転軸まわりの慣性モーメントを求めよ．

(3) 円板を回転軸のまわりに振動させたときの振り子の運動方程式と振り子の周期Tを求めよ．ただし，直線POと点Pを通る鉛直軸のなす角をθとする（Fig. 5）．振動の振幅は十分小さく$\sin\theta \fallingdotseq \theta$とみなせる．

(4) 振り子の周期Tを最小にするためのhを求めよ．また最小の周期$T_{\min}$を求めよ．

As shown in Fig. 5, consider a pendulum that consists of a uniform disc with radius a and mass M. The axis of rotation of the pendulum is perpendicular to the disc plane, and is located at point P on the disc plane which is displaced by h $(0 < h < a)$ from the center O of the disc. Neglect the thickness of the disc and the diameter of the axis of rotation. Neglect also the air resistance and the friction at the axis of rotation. Let the gravitational acceleration be g. Answer the following questions.

(1) Show that the moment of inertia of the disc about its axis through the center O of the disc and perpendicular to the disc plane is given by $\frac{1}{2}Ma^2$.

(2) Find the moment of inertia of the pendulum about its axis of rotation at point P.

(3) Find the equation of motion and the period T of the pendulum when the disc oscillates about its axis of rotation. Let the angle between the line PO and the vertical axis through P be θ (Fig. 5). Assume that the oscillation amplitude is sufficiently small that $\sin\theta \fallingdotseq \theta$ holds.

(4) Find h that minimizes the period T of the oscillation of the pendulum. Obtain the minimum period $T_{\min}$.

2015 年 3 月実施
問題 5　物理基礎 1
（1 頁目／2 頁中）

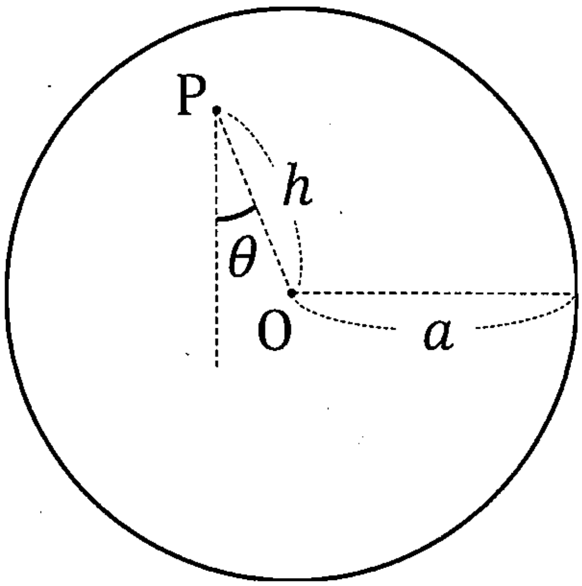

Fig. 5

2015 年 3 月実施
問題６　物理基礎２
（１頁目／２頁中）

行列 $\mathbf{A}=\begin{pmatrix}1 & 1 & 1\\ 1 & 1 & -1\\ 1 & -1 & -1\end{pmatrix}$ および $\mathbf{B}=\mathbf{A}^3+3\mathbf{A}^2+3\mathbf{A}+\mathbf{E}$ について考える．ただし $\mathbf{E}$ は単位行列である．以下の問に答えよ．

(1) $\mathbf{A}$ の固有値 $\lambda_1,\lambda_2,\lambda_3$ $(\lambda_1<\lambda_2<\lambda_3)$ と対応する正規化された固有ベクトル $\boldsymbol{\alpha}_1,\boldsymbol{\alpha}_2,\boldsymbol{\alpha}_3$ を求めよ．

(2) $\mathbf{B}\boldsymbol{\alpha}_1$ を λ_1 および $\boldsymbol{\alpha}_1$ を用いて表せ．

(3) $\mathbf{B}$ の固有値 μ_1,μ_2,μ_3 $(\mu_1<\mu_2<\mu_3)$ と対応する正規化された固有ベクトル $\boldsymbol{\beta}_1,\boldsymbol{\beta}_2,\boldsymbol{\beta}_3$ を求めよ．

(4) 実ベクトル $\mathbf{x}=x_1\boldsymbol{\beta}_1+x_2\boldsymbol{\beta}_2+x_3\boldsymbol{\beta}_3$ を考える．$|\mathbf{Bx}|^2$ を $x_1,x_2,x_3,\mu_1,\mu_2,\mu_3$ を用いて表せ．ただし $|\mathbf{x}|$ はベクトル $\mathbf{x}$ の長さである．

(5) $|\mathbf{x}|=1$ のとき $|\mathbf{Bx}|$ の最大値を求めよ．

2015 年 3 月実施
問題６　物理基礎２
（２頁目／２頁中）

Consider the matrices $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & -1 \end{pmatrix}$ and $\mathbf{B} = \mathbf{A}^3 + 3\mathbf{A}^2 + 3\mathbf{A} + \mathbf{E}$. Here, $\mathbf{E}$ is the unit matrix.

Answer the following questions.

(1) Find the eigenvalues $\lambda_1, \lambda_2,$ and λ_3 $(\lambda_1 < \lambda_2 < \lambda_3)$ of matrix $\mathbf{A}$ and their corresponding normalized eigenvectors $\boldsymbol{\alpha}_1, \boldsymbol{\alpha}_2,$ and $\boldsymbol{\alpha}_3$.

(2) Express $\mathbf{B}\boldsymbol{\alpha}_1$ in terms of λ_1 and $\boldsymbol{\alpha}_1$.

(3) Find the eigenvalues $\mu_1, \mu_2,$ and μ_3 $(\mu_1 < \mu_2 < \mu_3)$ of matrix $\mathbf{B}$ and their corresponding normalized eigenvectors $\boldsymbol{\beta}_1, \boldsymbol{\beta}_2,$ and $\boldsymbol{\beta}_3$.

(4) Consider a real vector $\mathbf{x} = x_1\boldsymbol{\beta}_1 + x_2\boldsymbol{\beta}_2 + x_3\boldsymbol{\beta}_3$. Express $|\mathbf{Bx}|^2$ in terms of $x_1, x_2, x_3, \mu_1, \mu_2,$ and μ_3. Here, $|\mathbf{x}|$ is the length of the vector $\mathbf{x}$.

(5) Find the maximum value of $|\mathbf{Bx}|$ for $|\mathbf{x}| = 1$.